

**SOLUSI PERSAMAAN POLYNOMIAL DENGAN
MODIFIKASI METODE SECANT**



Skripsi

***Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Meraih Gelar
Sarjana Matematika Jurusan Matematika pada Fakultas Sains Dan Teknologi
Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar***

Oleh

RIKA YANA
60600113007

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) ALAUDDIN
MAKASSAR
2018**

PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Dengan penuh kesadaran, penyusun yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi ini benar adalah hasil karya penyusun sendiri. Jika di kemudian hari terbukti bahwa ia merupakan duplikat, tiruan, plagiat, atau dibuat oleh orang lain, sebagian atau seluruhnya, maka skripsi dan gelar yang diperoleh karenanya batal demi hukum.

Makassar, Maret 2018

Penyusun,



Rika Yana
NIM : 60600113007

PENGESAHAN SKRIPSI

Skripsi yang berjudul “Solusi Persamaan Polinomial dengan Modifikasi Metode Secant”, yang disusun oleh Saudari **Rika Yana**, Nim: **60600113007** Mahasiswa Jurusan Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar, telah diuji dan dipertahankan dalam sidang *munaqasyah* yang diselenggarakan pada hari Selasa tanggal **30 Januari 2018 M**, bertepatan dengan **13 Jumadil Awal 1439 H**, dinyatakan telah dapat diterima sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat.).

Makassar, 30 Januari 2018 M
13 Jumadil Awal 1439 H

DEWAN PENGUJI

Ketua : Dr. Wasilah, S.T., M.T
Sekretaris : Wahidah Alwi, S.Si., M.Si.
Munaqisy I : Adnan Suddin, S.Pd., M.Si.
Munaqisy II : Dr. Rahmi Damis, M. Ag.
Pembimbing I : Irwan, S.Si., M.Si.
Pembimbing II : Risnawati Ibbas, S.Si., M.Si.

()
()
()
()
()
()

Diketahui oleh:

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Alauddin Makassar



Prof. Dr. H. Arifuddin Ahmad, M.Ag
Nip. 19691203 199303 1 001

PERSEMBAHAN

Aku persembahkan karya ini untuk kedua orang tuaku tercinta, Bapak Burhanuddin dan Ibu Sumarni yang selalu menjadi penyemangatku, tak henti-henti berdo'a dengan sepenuh hati demi kesuksesanku...

Adik-adikku tersayang beserta keluarga besarku yang menjadi penyemangatku dalam menyelesaikan tugas akhir ini....

Sahabat – sahabatku semua anak 1nt3grAl dan semua anak SIGMA 2013 yang selalu memberi suntikan – suntikan positif dalam menyelesaikan tugas akhir ini...

Senior – senior yang selalu memberi nasehat dan masukan dalam menyelesaikan tugas akhir ini....

Almamater kebanggaanku, terkhusus Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar...

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R

MOTTO

“dan sesungguhnya kami benar-benar akan menguji kamu agar kami mengetahui orang-orang yang berjihat dan bersabar di antara kamu, dan agar kami menyatakan (baik buruknya) hal ihwalmu” (Q.S Muhammad:31)

Jika menghadapi suatu masalah, tetaplah sabar dan tenanglah dalam berpikir. Insya Allah akan terbuka jalan yang terbaik.

“Allah menyayangi orang-orang yang bersabar”

KATA PENGANTAR



Alhamdulillah *ahirabbil'alamin*. Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Tuhan yang Maha Esa atas segala nikmat iman dan nikmat kesehatan serta Rahmat-Nyalah sehingga penulisan skripsi yang berjudul **“Solusi Persamaan Polynomial dengan Modifikasi Metode *Secant*”** dapat diselesaikan. Salam dan shalawat dicurahkan kepada Rasulullah Muhammad SAW. beserta para keluarga, sahabat dan para pengikutnya yang senantiasa istiqamah di jalan-Nya.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat) pada Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar. Untuk itu, penulis menyusun tugas akhir ini dengan mengerahkan semua ilmu yang telah diperoleh selama proses perkuliahan. Tidak sedikit hambatan dan tantangan yang penulis hadapi dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Namun, berkat bantuan dari berbagai pihak terutama do'a dan dukungan yang tiada hentinya dari kedua orang tua tercinta ayahanda **Burhanuddin** dan Ibunda **Sumarni** yang selalu setia memberikan motivasi dan semangat selama proses penyusunan skripsi.

Penulis menyadari bahwa dalam pengungkapan, pemilihan kata-kata dan penyajian skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu dengan kerendahan hati penulis mengharapkan saran, kritik dan segala bentuk pengarahannya dari semua pihak untuk perbaikan skripsi ini. Tanpa adanya bantuan, bimbingan

dan dukungan dari berbagai pihak penulis tidak akan mampu menyelesaikannya. Pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terimakasih dan penghargaan setinggi-tingginya kepada:

1. Bapak Prof. Dr. H. Musafir Pababbari, M.Si Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar.
2. Bapak Prof. Dr. H. Arifuddin Ahmad, M.Ag Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar.
3. Bapak Irwan, S.Si., M.Si Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar sekaligus sebagai pembimbing I atas waktu yang selalu diluangkan untuk memberikan bimbingan dan sumbangsih pemikirannya dalam penyusunan skripsi ini.
4. Ibu Wahidah Alwi, S.Si., M.Si Sekertaris Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini.
5. Ibu Risnawati Ibtnas, S.Si., M.Si Pembimbing II yang telah dengan sabar meluangkan waktu, tenaga dan pikiran memberikan bimbingan, arahan, motivasi dan saran yang sangat berharga kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
6. Bapak Adnan Sauddin, S.Pd., M.Si Penguji I dan Ibu Dr. Rahmi Damis, M.Ag Penguji II atas bimbingan dan sarannya dalam penulisan skripsi ini.
7. Bapak/Ibu Dosen di Jurusan Matematika yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah memberikan bantuan ilmu, arahan dan motivasi dari awal perkuliahan hingga skripsi ini selesai.

8. Staff Karyawan Fakultas Sains dan Teknologi yang selama ini telah membantu dalam pengurusan akademik dan persuratan dalam penulisan.
9. Teman-teman“SIGMA”, posko KKN Reguler Desa Kayuloe Timur atas segala bantuan, doa dan motivasi selama ini. Dan yang paling terkhusus untuk teman-teman 1nt3grAl yang sama-sama berjuang mulai dari awal perkuliahan hingga dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini.
10. Kepada semua pihak yang telah memberikan bantuan baik moril maupun materil hingga skripsi ini dapat diselesaikan.

Hanya doa yang bisa penulis panjatkan, semoga Allah SWT membalas semua kebaikan kepada semua pihak yang membantu atas terselesaikannya skripsi ini.

Samata, Maret 2017

Penulis

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R

DAFTAR ISI

SAMPUL.....	i
PERNYATAAN KEASLIAN.....	ii
PENGESAHAN SKRIPSI	iii
PERSEMBAHAN	iv
MOTTO	v
KATA PENGANTAR.....	vi
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xii
DAFTAR SIMBOL	xiii
ABSTRAK	xiv
BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	5
C. Tujuan Penelitian	5
D. Batasan Masalah.....	6
E. Manfaat Penelitian	6
F. Sistematika Penulisan	6
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
A. Sistem Persamaan.....	<u>8</u>
B. Persamaan Linear	9
C. Persamaan Non-Linear	10
D. Persamaan Polynomial	11
E. Metode Analitik dan Metode Numerik	13
F. Metode-Metode Numerik.....	16
G. Galat	32

BAB III METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian.....	35
B. Waktu Penelitian	35
C. Prosedur Penelitian.....	35

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian	37
B. Pembahasan	64

BAB V PENUTUP

A. Kesimpulan.....	66
B. Saran.....	66

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP

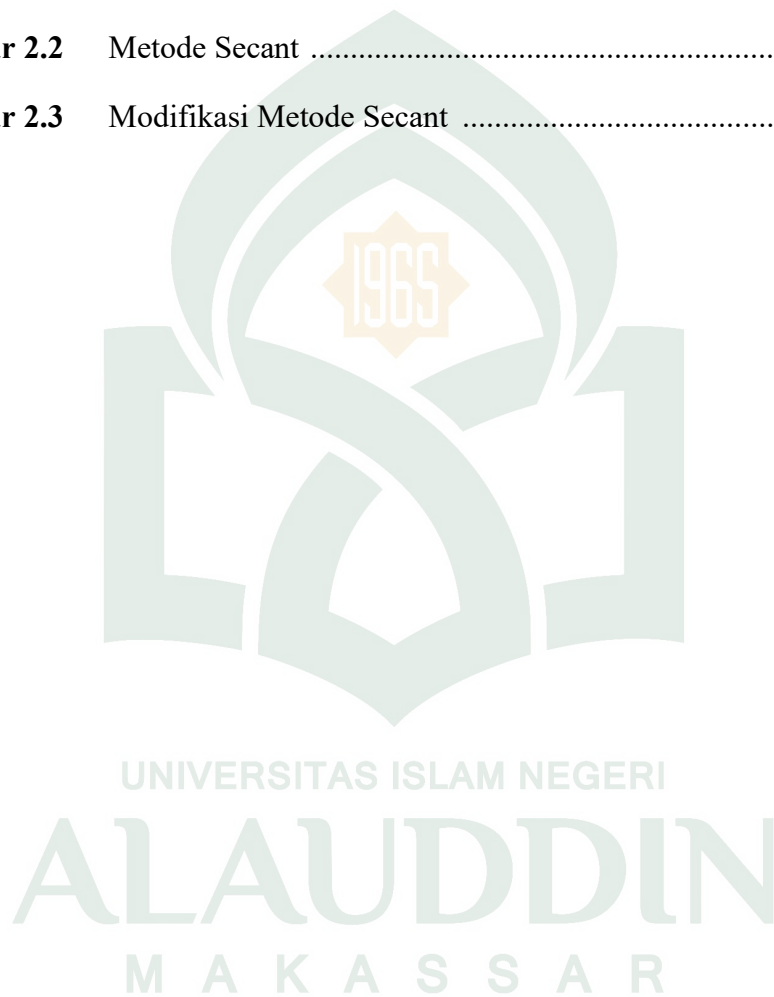


DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Hasil Perhitungan Metode Regula Falsi $x^2 - x - 2 = 0$	22
Tabel 2.2 Hasil Perhitungan Metode Newton-Raphson $x^2 - x - 2 = 0$	24
Tabel 2.3 Hasil Perhitungan Metode Secant $x^2 - x - 2 = 0$	26
Tabel 4.1 Hasil Perhitungan Persamaan Polynomial Berderajat 3 Menggunakan Modifikasi Metode Secant $x^3 - 13x - 12 = 0$..	40
Tabel 4.2 Hasil Perhitungan Persamaan Polynomial Berderajat 4 Modifikasi Metode Secant $x^4 - 7x^3 + 37x^2 - 175x + 300 = 0$	44
Tabel 4.3 Hasil Perhitungan Persamaan Polynomial Berderajat 5 Modifikasi Metode Secant $x^5 - 3,5x^4 + 2,75x^3 + 2,125x^2 - 3,875x + 1,25 = 0$	49
Tabel 4.4 Hasil Perhitungan Persamaan Polynomial Berderajat 6 Metode Secant $x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1 = 0$	52
Tabel 4.5 Hasil Perhitungan Persamaan Polynomial Berderajat 6 Modifikasi Metode Secant $x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1 = 0$	57
Tabel 4.6 Hasil Perhitungan Massa Jumper Bungee Modifikasi Metode Secant $\sqrt{\frac{g \times m}{c_d}} \times \left(\frac{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} - e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}}{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} + e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}} \right) - v(t)$	62

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Luas Daerah Integrasi Trapesium Menggunakan Metode Numerik	15
Gambar 2.2 Metode Secant	18
Gambar 2.3 Modifikasi Metode Secant	30



DAFTAR SIMBOL

a	= Koefisien dari x
c	= Konstanta
n	= Derajat atau pangkat tertinggi dari x
a_0	= Suku Tetap
δ	= Fraksi perturbasi kecil
x_{i+1}	= Nilai Hampiran
x_i	= Nilai Tebakan Awal
ε	= Galat (error)
a	= Nilai sejati
\hat{a}	= Nilai hampiran
ε_R	= Galat relatif
ε_{RA}	= Galat relatif hampiran
a_{r+1}	= Nilai hampiran iterasi sekarang
a_r	= Nilai hampiran iterasi sebelumnya
ε_s	= Toleransi galat

ABSTRAK

Nama : Rika Yana

NIM : 60600113007

Judul : Solusi Persamaan Polynomial dengan Modifikasi Metode *Secant*

Persamaan polinomial atau suku banyak merupakan pernyataan matematika yang melibatkan jumlahan perkalian pangkat dalam satu atau lebih variabel dengan koefisien. Bentuk umum persamaan polynomial yaitu $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$. Terdapat beberapa persamaan polynomial tidak dapat dikerjakan secara analitis. Oleh karena itu, penyelesaian masalah pencarian solusi akar persamaan polynomial memerlukan pendekatan numerik. Metode secant merupakan metode numerik yang sangat sederhana namun akar persamaannya selalu ditemukan dan selalu konvergen ke nilai eksak dengan beberapa iterasi. Untuk memperoleh nilai konvergen yang lebih cepat, di tempuh langkah modifikasi metode secant pada persamaan polynomial. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pada studi kasus 1 persamaan polynomial berderajat 3 yaitu $f(x) = x^3 - 13x - 12$ diperoleh nilai solusi akar persamaannya adalah 4. Pada studi kasus 2 persamaan polynomial berderajat 4 yaitu $f(x) = x^4 - 7x^3 + 37x^2 - 175x + 300$ diperoleh nilai solusi akar persamaannya adalah 4. Pada studi kasus 3 pada persamaan polynomial berderajat 5 yaitu $f(x) = x^5 - 3,5x^4 + 2,75x^3 + 2,125x^2 - 3,875x + 1,25$ diperoleh nilai solusi akar persamaannya adalah 2,00001. Pada studi kasus 4 pada persamaan polynomial berderajat 6 yaitu $f(x) = x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1$ diperoleh nilai solusi akar persamaannya adalah 0,47115.

Kata kunci: *Persamaan Polynomial, Metode Secant, Modifikasi Metode Secant.*

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
MAKASSAR

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Persamaan polynomial atau suku banyak merupakan pernyataan matematika yang melibatkan jumlahan perkalian pangkat dalam satu atau lebih variabel dengan koefisien. Operasi yang digunakan pada persamaan polynomial adalah penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pangkat bilangan bulat tak negatif. Bentuk standar persamaan polynomial ditulis sebagai deretan suku-suku dengan eksponen dalam derajat menurun. Bentuk umum dari persamaan polynomial berderajat n dengan variabel x yaitu : $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, dengan $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ merupakan koefisien/konstanta dengan syarat $a_n \neq 0$ dan n bilangan bulat positif, pangkat tertinggi dari x adalah orde/derajat suku banyak dan suku yang tidak memuat variabel yaitu a_0 dinamakan suku tetap (konstan).

Masalah yang sering timbul pada permasalahan persamaan polynomial adalah pada pencarian akar persamaan tersebut. Solusi dari persamaan polynomial dapat dibentuk secara analitik maupun dengan secara numerik. Namun ada beberapa kasus dimana dalam proses penyelesaian masalah tersebut sulit untuk dikerjakan secara analitik sehingga dibutuhkan suatu pendekatan numerik dalam menyelesaikan masalah tersebut terutama untuk persamaan polynomial orde/berderajat 4 yang terkadang susah untuk dicari akar-akarnya. Penyelesaian persamaan polynomial yang tidak dapat diselesaikan secara analitik, dapat

diselesaikan dengan metode numerik, untuk mencapai kemudahan. Dibalik kesulitan pasti ada kemudahan firman Allah pada Q.S al-Insyirah/95: 5-6 :

فَإِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٥﴾ إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٦﴾

Terjemahnya :

“Maka sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan. Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan”. (Q.S al-Insyirah/94: 5-6).¹

Ayat tersebut menjelaskan bahwa betapapun beratnya kesulitan yang dihadapi pasti dalam celah-celah kesulitan itu terdapat kemudahan. Ayat tersebut memesankan agar manusia berusaha menemukan segi-segi positif yang dapat dimanfaatkan dari setiap kesulitan, karena bersama setiap kesulitan terdapat kemudahan.² Seperti halnya metode numerik yang memberikan kemudahan dalam menyelesaikan masalah persamaan polynomial yang tidak dapat diselesaikan secara analitik.

Metode numerik adalah tehnik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematis sehingga dapat dipecahkan dengan operasi hitungan/aritmatika biasa dan operasi logika. Operasi-operasi tersebut biasanya dilakukan secara berurutan (iterasi) atau secara berulang-ulang untuk mendapatkan nilai hampiran (error) yang mendekati nilai sebenarnya. Dalam al-Qur'an perintah untuk menghitung ditemukan pada Q.S an-Nahl/16: 18 :

وَأِنْ تَعُدُّوا نِعْمَةَ اللَّهِ لَا تُحْصُوهَا ۚ إِنَّ اللَّهَ لَغَفُورٌ رَحِيمٌ ﴿١٨﴾

¹ Kementerian Agama RI, *Al-Quran dan Terjemahannya* (Semarang: PT. Karya Toha Putra Semarang, 2002), h. 902

² M. Quraish Shihab, *Tafsir Al-Mishbah* vol. 15 (Jakarta: Lentera Hati, 2002), h. 363

Terjemahnya :

“Dan jika kamu menghitung-hitung nikmat Allah, niscaya kamu tak dapat menentukan jumlahnya. Sesungguhnya Allah benar-benar maha pengampun lagi maha penyayang”. (Q.S an-Nahl/16: 8).³

Ayat tersebut di atas menjelaskan bahwa jika kamu menghitung-hitung nikmat yang Allah yang diberikan kepadamu maka kamu tidak dapat menentukan jumlahnya, karena banyaknya nikmat Allah. Sementara dalam metode numerik yang memerlukan perhitungan dalam mendapatkan nilai akar solusi persamaan polynomial, dapat diselesaikan.

Solusi angka yang diperoleh pada metode numerik adalah solusi yang mendekati nilai sebenarnya / solusi pendekatan (solusi hampiran). Solusi pada metode numerik akan menghasilkan perbedaan pada solusi sebenarnya, sehingga ada selisih keduanya yang disebut dengan galat/error. Dimana nilai hampiran (error) ini dapat diperkecil dengan pemilihan metode yang tepat.

Dalam menentukan suatu masalah atau mencari akar persamaan polynomial secara numerik terdapat dua metode yang digunakan diantaranya metode tertutup dan metode terbuka. Metode tertutup terdiri dari *metode bisection* dan *metode False Position*, sedangkan pada metode terbuka terdiri dari *metode titik tetap*, *metode Newton-Raphson*, dan *Metode Secant*. Metode Newton Raphson adalah metode pendekatan yang menggunakan satu titik awal dan mendekatinya dengan memperhatikan slope atau gradien pada titik tersebut. Titik pendekatan ke $n+1$ dituliskan dengan $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$. Namun kelemahan metode ini harus menentukan/mengetahui turunan dari $f(x)$, selain itu dalam

³ Kementerian Agama RI, *Al-Quran dan Terjemahannya* (Semarang: PT. Karya Toha Putra Semarang, 2002), h. 902

menentukan titik awal hanya 1, maka sering didapatkan/ditemukan akar yang divergen. Hal ini disebabkan karena dalam menentukan x_n yang sembarang ternyata dekat dengan titik puncak/ekstrim sehingga $f(x_n)$ dekat dengan 0, akibatnya $x_{n-1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ menjadi tidak terhingga/tak tentu sehingga x_{n+1} semakin menjauhi akar yang sebenarnya.

Beberapa penelitian sebelumnya menggunakan metode Secant diantaranya penelitian yang dilakukan oleh Eko Wahyudianto yang membandingkan metode Regula-Falsi dan metode Secant dalam menyelesaikan persamaan non-linear. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa metode secant lebih akurat dari pada metode Regula-Falsi ditinjau dari banyaknya iterasi yang dihasilkan. Selain itu, kesalahan akar yang ditemukan metode regula-falsi lebih besar dari pada metode secant. Hal ini menunjukkan bahwa metode secant lebih akurat dan teliti dari pada metode regula-falsi. Penelitian dari Xiuhua Wang, dkk yang menyelesaikan solusi persamaan non-linear menggunakan modifikasi metode Secant yang menunjukkan bahwa modifikasi metode secant tidak memerlukan turunan (derivatif) dalam menyelesaikan solusi persamaan non-linear.

Metode secant bertujuan untuk menyelesaikan masalah yang terdapat pada metode newton raphson yang terkadang sulit mendapatkan turunan pertama. Metode Secant merupakan perbaikan dari metode regula-falsi dan newton raphson dimana kemiringan dua titik dinyatakan secara diskrit, dengan mengambil bentuk garis lurus yang melalui satu titik. Metode secant memerlukan 2 tebakan awal yang tidak harus mengurung/mengapit akar. Yang membedakan antara metode

Secant dan Newton-Raphson dalam menentukan sebuah akar dari suatu fungsi adalah dalam menentukan besarnya x_{n+1} . Adapun Kelebihan Metode Secant adalah dapat digunakan untuk mencari akar- akar persamaan dari persamaan polinomial kompleks, atau persamaan yang turunan pertamanya sangat sulit didapatkan. Metode secant telah dimodifikasi seperti metode baru dalam menyelesaikan persamaan nonlinear. Modifikasi metode secant lebih cepat konvergensi dari pada metode secant biasa.

B. Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah pada penelitian ini adalah Bagaimana nilai solusi persamaan polinomial dengan modifikasi metode Secant ?

C. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan pada penelitian ini adalah Untuk mendapatkan nilai solusi persamaan polinomial dengan modifikasi metode Secant.

D. Batasan Masalah

Agar pembahasan dalam penelitian ini tidak meluas, maka penulis memberikan batasan masalah yaitu Penyelesaian persamaan polynomial pada studi kasus persamaan polynomial berderajat 3 sampai persamaan polynomial berderajat 6.

E. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diperoleh dari penelitian ini antara lain sebagai berikut :

1. Bagi penulis

Peneliti menjadikan hasil penelitian ini sarana evaluasi terhadap kemampuan dalam mengaplikasikan teori-teori dalam mata kuliah yang berkaitan dengan numerik.

2. Bagi Pembaca

Penelitian ini dapat dijadikan bahan pustaka bagi pembaca yang ingin mengetahui solusi persamaan polinomial dengan modifikasi Metode Secant.

F. Sistematika Penulisan

Agar penulisan tugas akhir ini tersusun secara sistematis, maka penulis memberikan sistematika penulisan sebagai berikut :

BAB I Pendahuluan

Bab ini mencakup pendahuluan dari penulisan tugas akhir ini yang berupa latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, manfaat penulisan serta sistematika penulisan yang merupakan kerangka dari penulisan skripsi ini.

BAB II Tinjauan Pustaka

Bab ini membahas tentang teori dasar yang menunjang pembahasan mengenai sistem persamaan, persamaan linear, persamaan non-linear, persamaan polynomial, metode analitik dan metode numerik serta metode-metode numerik.

BAB III Metodologi Penelitian

Bab ini membahas tentang metode-metode atau cara yang akan dilakukan penulis selama penelitian yang meliputi pendekatan penelitian yang akan digunakan, bahan kajian, sumber data yang akan diolah, serta prosedur dalam menganalisis data.

BAB IV Hasil dan Pembahasan

Bab ini merupakan penyajian hasil penelitian serta pembahasannya secara menyeluruh.

BAB V Penutup

Bab ini terdiri dari kesimpulan penulisan skripsi ini serta saran yang diharapkan dapat menunjang perbaikan penelitian selanjutnya.

DAFTAR PUSTAKA

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

A. Sistem Persamaan

Sistem persamaan adalah kumpulan dari dua atau lebih persamaan-persamaan linear ataupun tak linear. Suatu masalah yang berkaitan adalah melokasikan akar-akar himpunan persamaan taklinear,

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Penyelesaian sistem ini terdiri dari himpunan x nilai yang secara simultan menghasilkan semua persamaan sama dengan nol.

Metode-metode untuk kasus dalam hal semua persamaan tersebut linear yakni dapat dinyatakan dalam bentuk umum

$$f(x) = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n - c = 0 \tag{2}$$

dimana: a_1 = Koefisien dari x_1

a_2 = Koefisien dari x_2

a_n = Koefisien dari x_n

c = Konstanta.¹

B. Persamaan Linear

Persamaan linear adalah suatu bentuk persamaan yang variabel di dalamnya mempunyai derajat/pangkat 1, bukan fungsi trigonometri, logaritma ataupun eksponensial. Persamaan linear adalah sebuah persamaan aljabar, yang tiap sukunya mengandung konstanta, atau perkalian konstanta dengan variabel tunggal. Persamaan ini dikatakan linear sebab hubungan matematis ini dapat digambarkan sebagai garis lurus dalam sistem koordinat Kartesius. Bentuk umum persamaan linear:

$$\begin{aligned} f(x) &= a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n - c \\ a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n &= c \end{aligned} \quad (3)$$

dimana: a_1, a_2, \cdots, a_n, c = Konstanta

x_1, x_2, \cdots, x_n = Variabel

Misalnya persamaan:

Contoh:

$$f(x) = 2x + 7 \text{ dimana } f(x) = y$$

$$y = 2x + 7$$

dari persamaan $y = 2x + 7$, kita dapatkan solusi:

¹ Chapra dan Canale, *Metode Numerik Jilid 1 Edisi Kedua* (Jakarta: Erlangga, 1988), h. 147.

$$2x = 7 - y$$

Himpunan solusi dengan nilai sebarang y , sehingga terdapat banyak solusi (tak terhingga). Bentuk nilai sebarang y disebut parameter. Solusinya:

$$\text{Bila } y = 0 \quad x = 7/2$$

$$y = 1 \quad x = 3$$

$$y = 2 \quad x = 5/2.^2$$

C. Persamaan Non-Linear

Persamaan non-linear adalah suatu persamaan untuk mencari akar x sehingga $f(x) = 0$, fungsi ini tidak mempunyai rumus tertentu sehingga untuk mendapatkan nilai akarnya digunakan beberapa metode pendekatan. Persamaan dengan sistem ini terdiri dari himpunan-himpunan nilai x yang secara simultan atau bersama-sama memberikan semua persamaan tersebut nilai yang sama dengan nol, serta penentuan akar-akar satu persamaan tunggal. Suatu masalah yang berkaitan dengan penyelesaian sistem ini adalah bagaimana melokasikan akar-akar himpunan persamaan non-linear.³

Sistem persamaan nonlinear merupakan kumpulan dari beberapa persamaan nonlinear dengan fungsi tujuannya saja atau bersama dengan fungsi kendala berbentuk nonlinier, yaitu pangkat dari variabelnya lebih dari satu. Ada beberapa fungsi tujuan dalam persamaan nonlinier yang tidak bisa diselesaikan

² Qurrotul dan Meinarini, *Aljabar Linear Dasar Di lengkapi Program MATLAB dan Penerapannya* (Bandung: Alfabeta, 2013), h. 39-40

³ Asminah. dkk, *Implementasi Dana Analisis Tingkat Akurasi Software Penyelesaian Persamaan Non Linear Dengan Metode Fixed Point Iteration dan Metode Bisection*, Seminar Nasional Informatika, ISSN: 1979-2328, h. A1-A8

secara analitik, tetapi dapat diselesaikan dengan metode-metode khusus untuk penyelesaian masalah dalam persamaan nonlinier.⁴ Persamaan non-linear terdiri dari fungsi trigonometri, eksponensial, logaritma dan polynomial.

1. Fungsi Trigonometri

Fungsi trigonometri adalah persamaan di mana variabelnya mengandung bentuk $\sin, \cos, \tan, \csc, \sec, \cot$. Contoh :

$$f(x) = \sin(\sqrt{x}) - x$$

2. Fungsi Eksponensial

Fungsi eksponensial adalah persamaan di mana variabelnya muncul dalam bentuk eksponen disebut persamaan eksponensial. Conoh :

$$f(x) = e^{-x} - x$$

3. Fungsi Logaritma

Fungsi logaritma adalah persamaan di mana variabelnya mengandung bentuk \log . Contoh :

$$f(x) = 3 \log_3(x^2)$$

D. Persamaan Polynomial

Persamaan polynomial adalah persamaan suku banyak dalam x orde atau berderajat n , dengan bentuk umum :

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0, a_n \neq 0 \quad (4)$$

Dimana : n = Derajat atau pangkat tertinggi dari x

a = Koefisien dari x

⁴ Nanda Ningtyas Ramadhani Utami. dkk, *Perbandingan Solusi Sistem Persamaan Nonlinear Menggunakan Metode Newtonraphson Dan Metode Jacobian*, E-Jurnal Matematika Vol. 2, ISSN: 2303-1751, h. 1

a_0 = Suku Tetap

Ada beberapa persamaan polynomial yang sering muncul diantaranya adalah persamaan kuadrat, persamaan kubik, dan persamaan kuartik. Persamaan kuadrat mempunyai bentuk umum :

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$$

$$a_2x^2 + a_1x = a_0 \quad (5)$$

dengan a_2, a_1, a_0 = konstanta dan x_2, x_1 = variabel

Persamaan kubik merupakan persamaan polynomial orde/berderajat tertinggi tiga. Bentuk persamaan kubik secara umum adalah :

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$$

$$a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x = a_0 \quad (6)$$

dengan a_3, a_2, a_1, a_0 konstanta dan x_3, x_2, x_1 = variabel.⁵

Berikut adalah contoh polynomial dan orde/derajatnya:

$5x^{23}$	Orde/berderajat : 23
$5x^{12} - 2x^6 + x^5 - 198x + 1$	Orde/berderajat : 12
$x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$	Orde/berderajat : 4
$5x - 7$	Orde/berderajat : 1. ⁶

⁵ Laina, "Menentukan Akar-Akar dan Diskriminan Pada Persamaan Kuartik" *Jurnal Matematika* (Juni.2011),h.12. http://repository.uin-suska.ac.id/461/1/2011_2011107.pdf. (Diakses 21 Mei 2017).

⁶ Paul Dawkins, *College Algebra* (Texas: Lamar University,2011), h. 25.

E. Metode Analitik dan Metode Numerik

Metode Analitik adalah metode penyelesaian model matematika dengan rumus-rumus aljabar sedangkan Metode numerik adalah suatu metode pendekatan penyelesaian masalah-masalah matematika dengan menggunakan sekumpulan operasi aritmetika sederhana dan operasi logika pada sekumpulan bilangan atau data numerik yang diberikan.⁷ Metode numerik digunakan untuk menyelesaikan persoalan di mana perhitungan secara analitis tidak dapat digunakan. Metode numerik ini berangkat dari pemikiran bahwa permasalahan dapat diselesaikan menggunakan pendekatan-pendekatan yang dapat dipertanggung-jawabkan secara analitik.

Perbedaan utama antara metode numerik dengan metode analitik terletak pada dua hal. Pertama, solusi dengan menggunakan metode numerik selalu berbentuk angka. Bandingkan dengan metode analitik yang biasanya menghasilkan solusi dalam bentuk fungsi matematik yang selanjutnya fungsi matematik tersebut dapat dievaluasi untuk menghasilkan nilai dalam bentuk angka. Kedua, dengan metode numerik, kita hanya memperoleh solusi yang menghampiri atau mendekati solusi sejati sehingga solusi numerik dinamakan juga solusi hampiran (approximation) atau solusi pendekatan, namun solusi hampiran dapat dibuat seteliti yang kita inginkan. Solusi hampiran jelas tidak tepat sama dengan solusi sejati, sehingga ada selisih antara keduanya. Selisih inilah yang disebut dengan galat (error).

⁷ Sahid, *Pengantar Komputasi Numerik dengan MATLAB* (Yogyakarta: Andi, 2005), h.1.

Pendekatan yang digunakan dalam metode numerik merupakan pendekatan analisis matematis. Metode numerik merupakan algoritma pendekatan, maka dalam algoritma tersebut akan muncul istilah *iterasi* yaitu pengulangan proses perhitungan. Dengan kata lain, perhitungan dalam metode numerik adalah perhitungan yang dilakukan secara berulang-ulang untuk terus-menerus memperoleh hasil yang makin mendekati nilai penyelesaian eksak. Dengan menggunakan metode pendekatan ini, setiap nilai hasil perhitungan akan mempunyai nilai *error* (nilai kesalahan).⁸

Contoh:

Selesaikan persamaan berikut secara analitik, secara numerik dan error/galat mutlak :

Secara Analitik

$$\begin{aligned}
 \int_{-1}^1 (4 - x^2) dx &= \left[4x - \frac{1}{2+1} x^{2+1} \right]_{-1}^1 \\
 &= \left[4x - \frac{1}{3} x^3 \right]_{-1}^1 \\
 &= \left[4x - \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^1 \\
 &= \left[4(1) - \frac{1^3}{3} \right] - \left[4(-1) - \frac{(-1)^3}{3} \right] \\
 &= \left[4 - \frac{1}{3} \right] - \left[-4 + \frac{1}{3} \right]
 \end{aligned}$$

⁸ Achmad Basuki, *Metode Numerik dan Algoritma Komputasi* (Yogyakarta: Andi, 2005), h. 5-6.

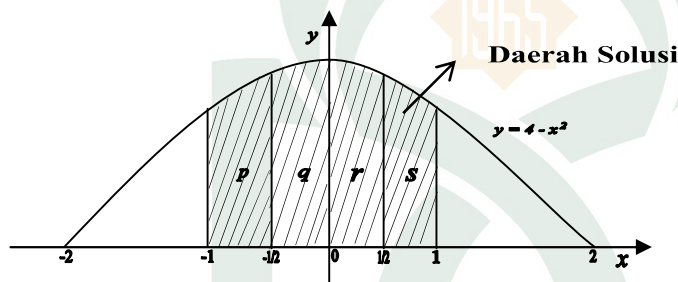
$$= 4 - \frac{1}{3} + 4 - \frac{1}{3}$$

$$= 8 - \frac{2}{3}$$

$$= \frac{24}{3} - \frac{2}{3}$$

$$= \frac{22}{3}$$

Secara Numerik:



Gambar 2.1 Luas daerah integrasi trapesium

$$L = r + s + t + u$$

dimana rumus luas trapesium yaitu $(a + b) \left(\frac{t}{2} \right)$

$$= \left[\left(f(-1) + f\left(-\frac{1}{2}\right) \right) \cdot \frac{0.5}{2} \right] + \left[\left(f\left(-\frac{1}{2}\right) + f(0) \right) \cdot \frac{0.5}{2} \right] + \left[\left(f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right) \right) \cdot \frac{0.5}{2} \right] + \left[\left(f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1) \right) \cdot \frac{0.5}{2} \right]$$

$$= \frac{0.5}{2} \left[f(-1) + 2f\left(-\frac{1}{2}\right) + 2f(0) + 2f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1) \right]$$

$$= \frac{0.5}{2} [3 + 2(3.75) + 2(4) + 2(3.75) + 3]$$

$$= \frac{0.5}{2} (29)$$

$$= \frac{14,5}{2}$$

$$= 7,25$$

Untuk menghitung galat yaitu:

$$\begin{aligned} |\varepsilon| &= |a - \hat{a}| \\ &= |7.25 - 7,33 \dots| \\ &= |-0.0833 \dots| \\ &= 0.0833 \dots \end{aligned}$$

F. Metode-Metode Numerik

F. 1 Metode *Regulasi Falsi*

Metode ini merupakan alternative perbaikan pada pengertian grafis. Kekurangan metode ini adalah dalam membagi selang mulai dari x_i sampai x_u menjadi paruhan sama, besaran $f(x_i)$ dan $f(x_u)$ tidak diperhitungkan.

Metode alternative yang memanfaatkan pengertian grafis ini adalah menghubungkan titik-titik itu dengan sebuah garis lurus. Perpotongan garis ini dengan sumbu x merupakan tafsiran akar yang diperbaiki. Kenyataan bahwa pengertian kurva oleh garis lurus memberikan suatu “posisi palsu” dari akar merupakan asal mula dari nama metode posisi palsu yang disebutkan juga metode interpolasi linear.

Proses dengan cara ini memberikan perhitungan yang lebih cepat dibandingkan dengan metode bisection. Pada algoritma proses memang

dihentikan jika dicapai nilai mutlak $f(m) < 10^{-6}$. Persamaan Regulasi False sebagai berikut:

$$w = \frac{f(b_n).a_n - f(a_n).b_n}{f(b_n) - f(a_n)} \quad (7)$$

F.2 Metode *Newton-Raphson*

Metode Newton-Raphson merupakan salah satu metode yang paling populer untuk menghitung hampiran akar-akar persamaan. Metode ini paling disukai karena konvergensinya paling cepat diantara metode lainnya.¹⁰

Mungkin yang paling banyak digunakan untuk semua formula penentuan akar adalah metode newton-raphson. Jika tebakan awal pada akar adalah x_i , garis singgung dapat diperpanjang dari titik $[x_i, f(x_i)]$. Titik di mana garis singgung ini melintasi sumbu x biasanya merupakan perkiraan akar yang lebih baik.

Metode newton-raphson dapat diturunkan berdasarkan interpretasi geometris ini. Turunan pertama pada x sama dengan kemiringan:

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i) - 0}{x_i - x_{i+1}} \quad (8)$$

yang bisa diatur ulang untuk menghasilkan

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad (9)$$

yang disebut rumus Newton-Raphson.¹¹

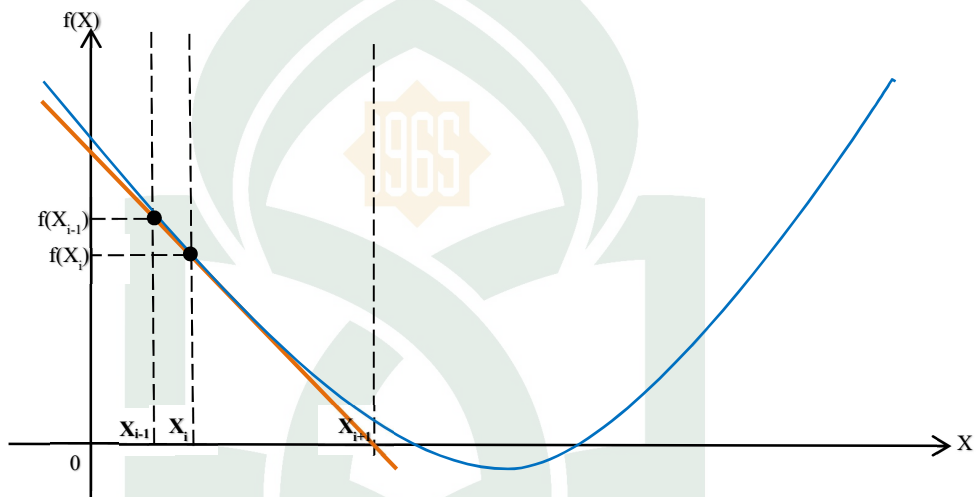
⁹ Pujiyanti Ardi, *Komputasi Numerik dengan Matlab*, (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2007), hal. 42-51

¹⁰ Rinaldi Munir, *Metode Numerik Revisi Kedua* (Bandung: Informatika, 2008), h. 89-91 & 99.

¹¹ Steven C. Chapra, *Applied Numerical Methods with MATLAB For Engineers and Scientists Third Edition* (New York: McGraw-Hill Companies, 2012), hal. 156

F.3 Metode Secant

Masalah potensial dalam menerapkan metode newton-Raphson adalah evaluasi turunannya. Meskipun hal ini tidak merepotkan untuk polinomial dan banyak fungsi lainnya, namun ada beberapa fungsi yang turunannya mungkin sangat sulit atau tidak nyaman untuk dievaluasi. Untuk kasus ini, turunannya dapat didekati dengan perbedaan terbagi terbelakang:



Gambar 2.2 Metode Secant

Berdasarkan Gambar 2.2, dapat kita hitung

$$m = \frac{(f(x_i) - f(x_{i-1}))}{(x_i - x_{i-1})} = \frac{(0 - f(x_i))}{(x_{i+1} - x_i)}$$

$$\frac{(f(x_i) - f(x_{i-1}))}{(x_i - x_{i-1})} = \frac{(0 - f(x_i))}{(x_{i+1} - x_i)}$$

$$(x_{i+1} - x_i)(f(x_i) - f(x_{i-1})) = (0 - f(x_i))(x_i - x_{i-1})$$

Masing-masing kedua ruas dibagi dengan $(f(x_i) - f(x_{i-1}))$

$$\frac{(x_{i+1} - x_i)(f(x_i) - f(x_{i-1}))}{(f(x_i) - f(x_{i-1}))} = \frac{(0 - f(x_i))(x_i - x_{i-1})}{(f(x_i) - f(x_{i-1}))}$$

$$(x_{i+1} - x_i) = \frac{(0 - f(x_i))(x_i - x_{i-1})}{(f(x_i) - f(x_{i-1}))}$$

Masing-masing ruas dijumlahkan dengan x_i

$$x_{i+1} = \frac{(0-f(x_i))(x_i-x_{i-1})}{(f(x_i)-f(x_{i-1}))} + x_i$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i-x_{i-1})}{f(x_i)-f(x_{i-1})} \quad (10)$$

Persamaan (10) adalah rumus untuk metode secant. Perhatikan bahwa pendekatan ini membutuhkan dua perkiraan awal x . namun, karena $f(x)$ tidak diperlukan untuk mengubah tanda-tanda antara taksiran, metode ini tidak diklasifikasikan sebagai metode bracketing.¹²

Algoritma Metode Secant

1. Definisikan fungsi $f(x)$.
2. Tentukan x_{i-1} , x_i dan ε_s
3. Untuk nilai $i = 0, 1, 2, \dots$ sampai selesai.
4. Menghitung nilai $f(x_{i-1})$ dan $f(x_i)$.
5. Hitung $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i-x_{i-1})}{f(x_i)-f(x_{i-1})}$.
6. Jika nilai mutlak $\varepsilon_{RA} = \frac{x_{i+1}-x_i}{x_{i+1}} < \varepsilon_s$, diperoleh x_{i+1} sebagai hasil perhitungan.
7. Jika tidak, lanjutkan kelangkah dengan $x_{i-1} = x_i$ dan $x_i = x_{i+1}$.
8. Lanjutkan langkah 2-7 sampai syarat terpenuhi dan menambahkan $i + 1$.

¹² Chapra dan Canale, *Numerical Methods For Engineers Seventh Edition* (New York: McGraw-Hill Education, 2015), h. 156-162.

Contoh:

Selesaikanlah persamaan polinomial berikut dengan menggunakan metode Regula Falsi, metode Newton-Raphson dan Metode Secant:

$$f(x) = x^2 - x - 2$$

Metode Regula Falsi

Untuk kasus persamaan polinomial orde 2 yaitu $f(x) = x^2 - x - 2$ dengan $[a, b] = [0, 3]$ dan $\varepsilon_s = 0,001$

Uji Syarat :

$$f(a).f(b) = -2 \cdot 4 = -8$$

$f(a).f(b) < 0$ maka terdapat akar pada interval $[0, 3]$

Iterasi 1

$$f(a) = f(0) = 0^2 - 0 - 2 = -2$$

$$f(b) = f(3) = 3^2 - 3 - 2 = 4$$

$$w = \frac{f(b_n).a_n - f(a_n).b_n}{f(b_n) - f(a_n)}$$

$$w = \frac{4.(0) - (-2).3}{4 - (-2)}$$

$$w = \frac{6}{6}$$

$$w = 1$$

$$f(w_1) = f(1) = -2$$

$f(a).f(w_1) = 4 > 0$ artinya terjadi pergantian $a = m$

$|\varepsilon_{RA}| = 1 > \varepsilon_s$ artinya masih dilakukan perulangan karena nilai yang diperoleh masih lebih besar dari nilai toleransi.

Jadi, $f(x)$ punya akar pada interval $[1, 3]$

Iterasi 2

$$f(a) = f(1) = 1^2 - 1 - 2 = -2$$

$$f(b) = f(3) = 3^2 - 3 - 2 = 4$$

$$w = \frac{f(b_n).a_n - f(a_n).b_n}{f(b_n) - f(a_n)}$$

$$w = \frac{4.(1) - (-2).3}{4 - (-2)}$$

$$w = \frac{10}{6}$$

$$w = 1,66667$$

$$f(w_1) = f(1,66667) = -0,88889$$

$$f(a).f(w_1) = 1,77778 > 0 \text{ artinya terjadi pergantian } a = m$$

$|\varepsilon_{RA}| = 0,4 > \varepsilon_s$ artinya masih dilakukan perulangan karena nilai yang diperoleh masih lebih besar dari nilai toleransi.

Maka interval baru $[a : b]$ punya akar pada interval $[1,66667 : 3]$

Iterasi 3

$$f(a) = f(1,66667) = 1,66667^2 - 1,66667 - 2 = -0,88889$$

$$f(b) = f(3) = 3^2 - 3 - 2 = 4$$

$$w = \frac{f(b_n).a_n - f(a_n).b_n}{f(b_n) - f(a_n)}$$

$$w = \frac{4.(1,66667) - (-0,88889).3}{4 - (-0,88889)}$$

$$w = \frac{9,33335}{4,88889}$$

$$w = 1,90909$$

$$f(w_1) = f(1,90909) = -0,26447$$

$$f(a).f(w_1) = 0,23508 > 0 \text{ artinya terjadi pergantian } a = m$$

$|\varepsilon_{RA}| = 0,12698 > \varepsilon_s$ artinya masih dilakukan perulangan karena nilai yang diperoleh masih lebih besar dari nilai toleransi.

Untuk nilai pada iterasi (i) selanjutnya dapat dilihat pada Tabel 2.1

Tabel 2.1 Hasil perhitungan metode Regula Falsi $x^2 - x - 2 = 0$

i	a_n	b_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	w	$f(w)$	$f(a_n) \cdot f(m)$	$ \varepsilon_{RA} $
1	0	3	-2	4	1	-2	4	1
2	1	3	-2	4	1,66667	-0,88889	1,77778	0,4
3	1,66667	3	-0,88889	4	1,90909	-0,26447	0,23508	0,12698
4	1,90909	3	-0,26447	4	1,97674	-0,06923	0,01831	0,03422
5	1,97674	3	-0,06923	4	1,99415	-0,01751	0,00121	0,00873
6	1,99415	3	-0,01751	4	1,99854	-0,00439	0,00008	0,00219
7	1,99854	3	-0,00439	4	1,99963	-0,00110	0	0,00055

Karena nilai $|\varepsilon_{RA}| < \varepsilon_s$ sehingga langkah berakhir pada iterasi Ke-7, Dimana $|0,00055| < 0,001$ dengan nilai solusi akar persamaannya adalah 1,99963.

Metode Newton-Raphson

Untuk kasus persamaan polinomial orde 2 yaitu $f(x) = x^2 - x - 2$ dengan $a = 1$ dan $\varepsilon_s = 0,001$

Penyelesaian:

$$f(x) = x^2 - x - 2$$

$$f'(x) = 2x - 1$$

Iterasi 1

$$f(a) = f(1) = 1^2 - 1 - 2 = -2$$

$$f'(a) = f'(1) = 2(1) - 1 = 1$$

$$x_{baru} = a - \frac{f(a)}{f'(a)}$$

$$= 1 - \frac{-2}{1}$$

$$= 1 - (-2)$$

$$= 3$$

$$|\varepsilon_{RA}| = 0,66666 > 0,001 \text{ maka } a = 3$$

Iterasi 2

$$f(a) = f(3) = 3^2 - 3 - 2 = 4$$

$$f'(a) = f'(3) = 2(3) - 1 = 5$$

$$x_{baru} = a - \frac{f(a)}{f'(a)}$$

$$= 3 - \frac{4}{5}$$

$$= 3 - (0,8)$$

$$= 2,2$$

$$|\varepsilon_{RA}| = 0,36364 > 0,001 \text{ maka } a = 2,2$$

Iterasi 3

$$f(a) = f(2,2) = 2,2^2 - 2,2 - 2 = 0,64$$

$$f'(a) = f'(2,2) = 2(2,2) - 1 = 3,4$$

$$x_{baru} = a - \frac{f(a)}{f'(a)}$$

$$= 2,2 - \frac{0,64}{3,4}$$

$$= 2,2 - (0,18823)$$

$$= 2,01177$$

$$|\varepsilon_{RA}| = 0,09356 > 0,001 \text{ maka } a = 2,01177$$

Untuk nilai pada iterasi (i) selanjutnya dapat dilihat pada Tabel 2.2

Tabel 2.2 Hasil perhitungan metode Newton-Raphson $x^2 - x - 2 = 0$

i	a_n	$f(a_n)$	$f'(a_n)$	x_{baru}	$ \varepsilon_{RA} $
1	1	-2	1	3	0,66666
2	3	4	5	2,2	0,36364
3	2,2	0,64	3,4	2,01177	0,09356
4	2,01177	0,03545	3,02354	2,00005	0,00586
5	2,00005	0,00015	3,0001	2	0,00002

Karena nilai $|\varepsilon_{RA}| < \varepsilon_s$ sehingga langkah berakhir pada iterasi Ke-5, Dimana $|0,00002| < 0,001$ dengan nilai solusi akar persamaannya adalah 2.

Metode Secant

Untuk kasus persamaan polinomial orde 2 yaitu $f(x) = x^2 - x - 2$ dengan $a = 0$, $b = 3$ dan $\varepsilon_s = 0,001$

Iterasi 1

$$f(a) = f(0) = 0^2 - 0 - 2 = -2$$

$$f(b) = f(3) = 3^2 - 3 - 2 = 4$$

$$x_{baru} = x_i - \frac{f(x_i)(x_{i-1} - x_i)}{f(x_{i-1}) - f(x_i)}$$

$$= 3 - \frac{4(0-3)}{(-2)-4}$$

$$= 3 - \frac{(-12)}{-6}$$

$$= 3 - 2$$

$$= 1$$

$$|\varepsilon_{RA}| = 1 > 0,001 \text{ maka } a = 3 \text{ dan } b = 1$$

Iterasi 2

$$f(a) = f(3) = 3^2 - 3 - 2 = 4$$

$$f(b) = f(1) = 1^2 - 1 - 2 = -2$$

$$x_{baru} = x_i - \frac{f(x_i)(x_{i-1} - x_i)}{f(x_{i-1}) - f(x_i)}$$

$$= 1 - \frac{(-2)(3-1)}{4-(-2)}$$

$$= 1 - \frac{(-4)}{6}$$

$$= 1 - (-0,66667)$$

$$= 1,66667$$

$$|\varepsilon_{RA}| = 0,4 > 0,001 \text{ maka } a = 1 \text{ dan } b = 1,66667$$

Iterasi 3

$$f(a) = f(1) = 1^2 - 1 - 2 = -2$$

$$f(b) = f(1,66667) = 1,66667^2 - 1,66667 - 2 = -0,88889$$

$$x_{baru} = x_i - \frac{f(x_i)(x_{i-1} - x_i)}{f(x_{i-1}) - f(x_i)}$$

$$= 1,66667 - \frac{(-0,88889)(1-1,66667)}{(-2)-(-0,88889)}$$

$$= 1 - \frac{(0,59259)}{-1,11111}$$

$$= 1 - (-0,53333)$$

$$= 2,2$$

$$|\varepsilon_{RA}| = 0,24242 > 0,001 \text{ maka } a = 1,66667 \text{ dan } b = 2,2$$

Untuk nilai pada iterasi (i) selanjutnya dapat dilihat pada Tabel 2.3

Tabel 2.3 Hasil perhitungan metode Secant $x^2 - x - 2 = 0$

i	a_n	b_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	x_{baru}	$ \varepsilon_{RA} $
1	0	3	-2	4	1	1
2	3	1	4	-2	1,66667	0,4
3	1	1,66667	-2	-0,88889	2,2	0,24242
4	1,66667	2,2	-0,26447	0,64	1,97674	0,11294
5	2,2	1,97674	0,64	-0,06923	1,99854	0,01090
6	1,97674	1,99854	-0,06923	-0,00439	2,00001	0,00074

Karena nilai $|\varepsilon_{RA}| < \varepsilon_s$ sehingga langkah berakhir pada iterasi Ke-6, Dimana $|0,00074| < 0,001$ dengan nilai solusi akar persamaannya adalah 2,00001.

F.4 Modifikasi Metode Secant

Metode numerik untuk memecahkan persamaan nonlinier adalah topik penelitian yang populer dan penting dalam analisis numerik. Dalam makalah ini, kami mempertimbangkan metode iteratif untuk menemukan akar sederhana dari persamaan nonlinier $f(x) = 0$ dimana $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ Untuk interval terbuka D adalah fungsi skalar.

Metode Newton adalah pendekatan penting dan mendasar untuk memecahkan persamaan nonlinier, dan rumusannya diberikan oleh

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (11)$$

Metode ini konvergen secara kuadratik.

Untuk memperbaiki tatanan konvergensi lokal, sejumlah metode modifikasi telah dipelajari dan dilaporkan dalam literatur. Dengan menggunakan evaluasi derivatif kedua, kita dapat memperoleh beberapa metode orde ketiga yang terkenal, seperti metode Chebyshev, metode Halley dan metode super-Halley. Untuk mengganti turunan kedua, evaluasi fungsi atau turunan pertama

ditambahkan, dan kemudian banyak metode urutan ketiga dan orde yang lebih tinggi diperoleh.

Namun, dalam banyak kasus lainnya, mahal untuk menghitung turunan pertama, dan metode di atas masih dibatasi dalam aplikasi praktis. Metode secant yang terkenal diberikan oleh

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_n) \quad (12)$$

Metode ini dapat diturunkan dengan mencari akar fungsi polinomial linier

$$l_1(x) = f(x_n) + \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}} (x - x_n) \quad (13)$$

Metode ini tidak memerlukan turunan apapun.

Untuk memperbaiki metode ini, Zhang et al pertimbangkan

$$l_2(x) = f(x_n) + \frac{f(y_n) - f(x_n)}{y_n - x_n} (x - x_n) \quad (14)$$

dan kemudian temukan x_{n+1} sedemikian sehingga $l_2(x_{n+1}) = 0$. Dari sini, mereka mendapatkan

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n - y_n}{f(x_n) - f(y_n)} f(x_n) \quad (15)$$

dimana y_{n+1} didefinisikan oleh

$$y_{n+1} = x_{n+1} - \frac{x_n - y_n}{f(x_n) - f(y_n)} f(x_{n+1}) \quad (16)$$

Metode ini juga merupakan metode seperti secant.

Dalam makalah ini, kami mencoba untuk memperbaiki urutan metode yang diusulkan dengan menggunakan informasi sebelumnya, dan kemudian kami menyajikan metode iteratif baru untuk memecahkan persamaan nonlinier. Analisis

konvergensi menunjukkan bahwa urutan konvergensi asimtotik dari metode ini adalah $1 + \sqrt{3}$. Kegunaan praktis ditunjukkan dengan hasil numerik.

1. Notasi dan hasil dasar

Misalkan $f(x)$ menjadi fungsi nyata dengan akar sederhana x^* dan biarkan $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ menjadi urutan bilangan real yang konvergen ke x^* . Kita mengatakan bahwa urutan konvergensi adalah q jika ada $q \in \mathbb{R}^+$ seperti itu

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x_{n+1} - x^*}{(x_n - x^*)^q} = C \neq 0, \infty$$

Misalkan $e_n = x_n - x^*$ menjadi error iterate ke- n . Kami memanggil

$$e_{n+1} = C e_n^q + \dots \quad (17)$$

Persamaan kesalahan, di mana persyaratan tingkat tinggi diabaikan. Jika kita bisa mendapatkan persamaan error untuk metode tersebut, maka nilai q adalah urutan konvergensinya.

2. Metode dan konvergensi

Di sini, untuk menyusun metode kami, kami menggunakan fungsi polinomial orde dua berikut ini:

$$p(x) = f(x_n) + v_n^{-1}(x - x_n) + \frac{(v_{n-1}^{-1} - v_n^{-1})(x - x_n)(x - y_n)}{\alpha_1 x_{n-1} + \alpha_2 y_{n-1} + (2 - \alpha_1 - \alpha_2)z_{n-1} - \beta_1 x_n - \beta_2 y_n - (2 - \beta_1 - \beta_2)z_n},$$

dimana $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \in \mathbb{R}$, dan y_n, z_n dan v_n didefinisikan oleh $y_n = x_n - v_{n-1}f(x_n)$, $v_n = (y_n - x_n)/(f(y_n) - f(x_n))$ dan $z_n = x_n - v_n f(x_n)$, masing-masing.

Mudah untuk mendapatkannya

$$(v_{n-1}^{-1} - v_n^{-1})(y_n - x_n)(z_n - y_n) = v_n^{-1}(y_n - z_n)^2.$$

Untuk menghilangkan nonlinier, kita ganti x_{n+1} dalam istilah $x_{n+1} - x_n$ dan $x_{n+1} - y_n$ dari $P(x_{n+1})$ dengan y_n dan z_n , masing-masing, dan setelah penyatuan, kita akan mengikuti metode baru:

$$\begin{cases} y_n = x_n - v_{n-1}f(x_n), \\ v_n = (y_n - x_n)/(f(y_n) - f(x_n)), \\ z_n = x_n - v_{n-1}f(x_n), \\ \vdots \\ x_{n+1} = z_n - \frac{(y_n - z_n)^2}{\alpha_1 x_{n-1} + \alpha_2 y_{n-1} + (2 - \alpha_1 - \alpha_2)z_{n-1} - \beta_1 x_n - \beta_2 y_n - (2 - \beta_1 - \beta_2)z_n}, \end{cases} \quad (18)$$

dimana $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \in \mathbb{R}$.

Metode yang ditetapkan (19) dapat dideteksi berdasarkan metode pengukuran pada tahap kedua. Dua substep pertama adalah varian dari metode yang diusulkan. Substep ketiga adalah akselerasi dengan menggunakan nilai yang dihitung sebelumnya.

Pada awal proses, nilai v_{-1} perlu diberikan oleh beberapa pendekatan. Salah satu pilihan v_{-1} diberikan oleh

$$v_{-1} = \varepsilon$$

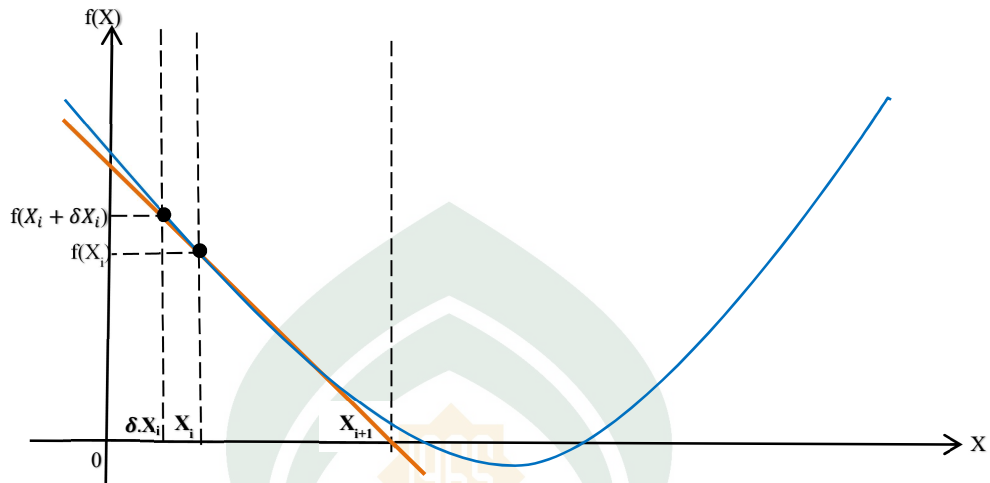
sementara pilihan lain adalah

$$v_{-1} = \frac{\varepsilon f(x_0)}{f(x_0 + \varepsilon f(x_0)) - f(x_0)}. \quad (19)$$

di sini, ε adalah bilangan real tak nol. Yang terakhir ini membutuhkan satu evaluasi lebih dari fungsi dari pada yang pertama. Namun, pilihan v_{-1} tidak dapat

mempengaruhi urutan konvergensi asimtotik dari metode yang didefinisikan oleh

(18).¹³ Atau dapat juga menggunakan persamaan berikut:



Gambar 2.3 Modifikasi Metode Secant

Berdasarkan Gambar 2.3, dapat kita hitung

$$m = \frac{f(x_i + \delta x_i) - f(x_i)}{(\delta x_i)} = \frac{(0 - f(x_i))}{(x_{i+1} - x_i)}$$

$$\frac{f(x_i) - f(x_i + \delta x_i)}{(\delta x_i)} = \frac{(0 - f(x_i))}{(x_{i+1} - x_i)}$$

$$(x_{i+1} - x_i)(f(x_i + \delta x_i) - f(x_i)) = (0 - f(x_i))(\delta x_i)$$

Masing-masing kedua ruas dibagi dengan $(f(x_i + \delta x_i) - f(x_i))$

$$\frac{(x_{i+1} - x_i)(f(x_i + \delta x_i) - f(x_i))}{(f(x_i + \delta x_i) - f(x_i))} = \frac{(0 - f(x_i))(\delta x_i)}{(f(x_i + \delta x_i) - f(x_i))}$$

$$(x_{i+1} - x_i) = \frac{(0 - f(x_i))(\delta x_i)}{f(x_i + \delta x_i) - f(x_i)}$$

Masing-masing ruas dijumlahkan dengan x_i

$$x_{i+1} = \frac{(0 - f(x_i))(\delta x_i)}{(f(x_i) - f(x_{i-1}))} + x_i$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{\delta x_i f(x_i)}{f(x_i + \delta x_i) - f(x_i)} \quad (20)$$

¹³ Xiuhua Wang. dkk, *A New Modified Secant-Like Method For Solving Nonlinear*, Computers and Mathematic with Applications (2010), h. 1633-1634

dimana δ = fraksi perturbasi kecil

x_{i+1} = Nilai Hampiran

x_i = Nilai Tebakan Awal

Pilihan nilai yang tepat untuk δ tidak otomatis. Jika δ terlalu kecil, metode ini dapat dibanjiri oleh kesalahan round-off yang disebabkan oleh pembatalan subtraktif dalam penyebut Persamaan. (20). Jika terlalu besar, tekniknya bisa menjadi tidak efisien dan bahkan berbeda. Namun, jika dipilih dengan benar, ini memberikan alternatif bagus untuk kasus di mana mengevaluasi turunannya sulit dilakukan dan membuat dua dugaan awal tidak nyaman.¹⁴

Algoritma Modifikasi Metode *Secant*

1. Definisikan fungsi $f(x)$.
2. Tentukan x_i dan δ .
3. Untuk nilai $i = 0, 1, 2, \dots$ sampai selesai.
4. Menghitung nilai $f(x_i)$ dan $f(x_i + \delta x_i)$.
5. Hitung $x_{i+1} = x_i - \frac{\delta x_i f(x_i)}{f(x_i + \delta x_i) - f(x_i)}$.
6. Jika nilai mutlak $\varepsilon_{RA} = \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1}} < \delta$, diperoleh x_{i+1} sebagai hasil perhitungan.
7. Jika tidak, lanjutkan langkah dengan $x_i = x_{i+1}$ dan nilai δ tetap.
8. Lanjutkan langkah 2-7 sampai syarat terpenuhi dan menambahkan $i + 1$.

¹⁴ Chapra dan Canale, *Numerical Methods For Engineers Seventh Edition* (New York: McGraw-Hill Education, 2015), h. 156-162.

G. Galat

Menganalisis galat sangat penting di dalam perhitungan menggunakan metode numerik. Galat berasosiasi dengan seberapa dekat solusi hampiran terhadap solusi sejatinya. Semakin kecil galatnya, semakin teliti solusi numerik yang didapatkan. Kita harus memahami dua hal:

- a. Bagaimana menghitung galat, dan
- b. Bagaimana galat timbul.

Misalkan \hat{a} adalah nilai hampiran terhadap nilai sejati a , maka selisih

$$\varepsilon = a - \hat{a} \quad (21)$$

disebut galat. Sebagai contoh, jika $\hat{a} = 10.5$ adalah nilai hampiran dari $a = 10.45$, maka galatnya adalah $\varepsilon = -0.01$. Jika tanda galat (positif atau negatif) tidak dipertimbangkan, maka **galat mutlak** dapat didefinisikan sebagai

$$|\varepsilon| = |a - \hat{a}| \quad (22)$$

Sayangnya, ukuran galat ε kurang bermakna sebab tidak menceritakan seberapa besar galat itu dibandingkan dengan nilai sejatinya. Sebagai contoh, seorang anak melaporkan panjang sebatang kawat 99 cm, padahal panjang sebenarnya 100 cm. Galatnya adalah $100 - 99 = 1 \text{ cm}$. Anak yang lain melaporkan panjang sebatang paku 9 cm, padahal panjang sebenarnya 10 cm, sehingga galatnya juga 1 cm. Kedua galat pengukuran sama-sama bernilai 1 cm, namun galat 1 cm pada pengukuran panjang kawat. Jika tidak ada informasi mengenai panjang sesungguhnya, kita mungkin menganggap kedua galat tersebut

sama saja. Untuk mengatasi interpretasi nilai galat ini, maka galat harus *dinormalkan* terhadap nilai sejatinya. Gagasan ini melahirkan apa yang dinamakan **galat relatif**.

Galat relatif didefinisikan sebagai

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{a} \quad (23)$$

atau dalam persentase

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{a} \times 100\% \quad (24)$$

Karena galat dinormalkan terhadap nilai sejati, maka galat relatif tersebut dinamakan juga galat relatif sejati. Dengan demikian, pengukuran panjang kawat mempunyai galat relatif sejati $= 1/100 = 0.01$, sedangkan pengukuran panjang pensil mempunyai galat relatif sejati $= 1/10 = 0.1$.

Dalam praktek kita tidak mengetahui nilai sejati a , karena itu galat ε seringkali dinormalkan terhadap solusi hampirannya, sehingga galat relatifnya dinamakan galat relatif hampiran:

$$\varepsilon_{RA} = \frac{\varepsilon}{\hat{a}} \quad (25)$$

Dimana : ε = Galat (error)

a = Nilai sejati

\hat{a} = Nilai hampiran

ε_R = Galat relatif

ε_{RA} = Galat relatif hampiran

Galat relatif hampiran yang dihitung dengan persamaan (14) masih mengandung kelemahan sebab nilai ε tetap membutuhkan pengetahuan nilai a (dalam praktek kita jarang sekali mengetahui nilai sejati a). Oleh karena itu, perhitungan galat relatif hampiran menggunakan pendekatan lain. Pada perhitungan numerik yang menggunakan pendekatan iterasi (iteration), ε_{RA} dihitung dengan cara

$$\varepsilon_{RA} = \frac{a_{r+1} - a_r}{a_{r+1}} \quad (26)$$

Yang dalam hal ini a_{r+1} adalah nilai hampiran iterasi sekarang dan a_r adalah nilai hampiran iterasi sebelumnya. Proses itersi dihentikan bila

$$|\varepsilon_{RA}| < \varepsilon_s$$

Yang dalam hal ini ε_s adalah toleransi galat yang dispesifikasikan. Nilai ε_s , menentukan ketelitian solusi numerik. Semakin kecil nilai ε_s semakin teliti semakin teliti solusinya, namun semakin banyak proses iterasinya.¹⁵

Dimana : a_{r+1} = Nilai hampiran iterasi sekarang

a_r = Nilai hampiran iterasi sebelumnya

ε_s = Toleransi galat

¹⁵ Rinaldi Munir, *Metode Numerik Revisi Kedua* (Bandung: Informatika, 2008), h. 23-24.

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan pada penelitian ini ialah penelitian (kepuustakaan) kajian Pustaka untuk mendapatkan nilai solusi persamaan polynomial dengan modifikasi metode secant.

B. Waktu Penelitian

Waktu Penelitian dilakukan pada bulan Agustus sampai Oktober 2017.

C. Prosedur Penelitian

Adapun prosedur penelitian yang digunakan peneliti untuk mendapatkan nilai solusi persamaan polynomial dengan Modifikasi Metode Secant :

1. Menuliskan persamaan polynomial yang akan dicari solusinya.
2. Menentukan nilai hampiran awal (x_0) dan nilai fraksi perturbasi kecil (δ).
3. Menentukan nilai $f(x_0)$ dan $f(x_0 + \delta x_0)$.
4. Menentukan nilai hampiran iterasi baru (x_{i+1}) dari Persamaan (20) dan galat relatif hampiran (ε_{RA}) dari Persamaan (26).
5. Jika nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}| < \text{nilai fraksi perturbasi kecil } (\delta)$ maka diperoleh nilai hampiran iterasi baru (x_{i+1}) sebagai hasil perhitungan.
6. Jika nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil } (\delta)$ maka lanjutkan kelangkah dengan hampiran awal (x_0) = nilai hampiran iterasi baru (x_{i+1}) dan nilai fraksi perturbasi kecil (δ) tetap.

7. Lanjutkan langkah 2-6 sampai syarat terpenuhi yaitu nilai galat hampiran $|\varepsilon_{RA}| < \text{nilai fraksi perturbasi kecil } (\delta)$.
8. Mendapatkan nilai solusi persamaan polynomial.



BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

Berdasarkan prosedur penelitian, langkah-langkah yang perlu dilakukan dalam menyelesaikan solusi persamaan polynomial dengan modifikasi metode secant sebagai berikut:

Studi kasus 1 (Soal latihan pada buku *Numerical Methods For Engineers Seventh Edition* karya Steven C. Chapra dan Raymond P. Canale).

Hitunglah salah satu akar dari persamaan polynomial berderajat 3 yaitu $f(x) = x^3 - 13x - 12$ dengan $x_0 = 3,5$ dan $\delta = 0,001$.

Iterasi 1

Menuliskan persamaan polynomial $f(x) = x^3 - 13x - 12$.

Menentukan nilai hampiran awal $x_0 = 3,5$ dan nilai fraksi perturbasi kecil $\delta = 0,001$.

$$\delta \cdot x_0 = 0,0035$$

$$x_0 + \delta \cdot x_0 = 3,5035$$

Menentukan nilai $f(x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 = 3,5$ ke- Persamaan

$$f(x) = x^3 - 13x - 12.$$

$$f(3,5) = (3,5)^3 - 13(3,5) - 12$$

$$= -14,625$$

Menentukan nilai $f(x_0 + \delta \cdot x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 + \delta \cdot x_0 = 3,5035$

ke- Persamaan $f(x) = x^3 - 13x - 12$.

$$\begin{aligned} f(3,5035) &= (3,5035)^3 - 13(3,5035) - 12 \\ &= -14,5417 \end{aligned}$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru x_{i+1} dari Persamaan (20)

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_0 - \frac{\delta x_0 f(x_0)}{f(x_0 + \delta x_0) - f(x_0)} \\ &= 3,5 - \frac{(0,001)(-14,625)}{(-1,5417) - (-14,625)} \\ &= 4,11484 \end{aligned}$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{RA}| &= \frac{x_{i+1} - x_0}{x_{i+1}} \\ &= 0,14942 > 0,001 \text{ artinya masih dilakukan perulangan karena nilai} \\ &\quad \text{galat relatif hampiran } |\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil } (\delta). \end{aligned}$$

Maka nilai $x_0 = 4,11484$ dan $\delta = 0,001$

Iterasi 2

Menentukan nilai hampiran awal $x_0 = 4,11484$ dan nilai fraksi perturbasi kecil $\delta = 0,001$.

$$\delta \cdot x_0 = 0,00411$$

$$x_0 + \delta \cdot x_0 = 4,11895$$

Menentukan nilai $f(x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 = 4,11484$ ke- Persamaan

$$f(x) = x^3 - 13x - 12.$$

$$\begin{aligned} f(4,11484) &= (4,11484)^3 - 13(4,11484) - 12 \\ &= 4,17909 \end{aligned}$$

Menentukan nilai $f(x_0 + \delta \cdot x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 + \delta \cdot x_0 = 4,11895$

ke- Persamaan $f(x) = x^3 - 13x - 12$.

$$\begin{aligned} f(4,11895) &= (4,11895)^3 - 13(4,11895) - 12 \\ &= 4,33482 \end{aligned}$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru x_{i+1} dari Persamaan (20)

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_0 - \frac{\delta x_0 f(x_0)}{f(x_0 + \delta x_0) - f(x_0)} \\ &= 4,11484 - \frac{(0,00411)(4,17909)}{(4,33482) - (4,17909)} \\ &= 4,00442 \end{aligned}$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{RA}| &= \frac{x_{i+1} - x_0}{x_{i+1}} \\ &= 0,02758 > 0,001 \text{ artinya masih dilakukan perulangan karena nilai} \\ &\quad \text{galat relatif hampiran } |\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil } (\delta). \end{aligned}$$

Maka nilai $x_0 = 4,00442$ dan $\delta = 0,001$

Iterasi 3

Menentukan nilai hampiran awal $x_0 = 4,00442$ dan nilai fraksi perturbasi kecil $\delta = 0,001$.

$$\delta \cdot x_0 = 0,00400$$

$$x_0 + \delta \cdot x_0 = 4,00842$$

Menentukan nilai $f(x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 = 4,00442$ ke- Persamaan

$$f(x) = x^3 - 13x - 12.$$

$$\begin{aligned} f(4,00442) &= (4,00442)^3 - 13(4,00442) - 12 \\ &= 0,15478 \end{aligned}$$

Menentukan nilai $f(x_0 + \delta \cdot x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 + \delta \cdot x_0 = 4,00842$

ke- Persamaan $f(x_0 + \delta \cdot x_0) = x^3 - 13x - 12$.

$$\begin{aligned} f(4,00842) &= (4,00842)^3 - 13(4,00842) - 12 \\ &= 0,29555 \end{aligned}$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru x_{i+1} dari Persamaan (20)

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_0 - \frac{\delta x_0 f(x_0)}{f(x_0 + \delta x_0) - f(x_0)} \\ &= 4,00442 - \frac{(0,00400)(0,15478)}{(0,29555) - (0,15478)} \\ &= 4,00001 \end{aligned}$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{RA}| &= \frac{x_{i+1} - x_0}{x_{i+1}} \\ &= 0,0011 > 0,001 \text{ artinya masih dilakukan perulangan karena nilai} \\ &\text{galat relatif hampiran } |\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil } (\delta). \end{aligned}$$

Maka nilai $x_0 = 4,00001$ dan $\delta = 0,001$

Untuk nilai pada iterasi (i) selanjutnya dapat dilihat pada Tabel 4.1

Tabel 4.1 Hasil perhitungan modifikasi metode Secant $x^3 - 13x - 12 = 0$

i	x_0	δ	$\delta \cdot x_0$	$x_0 + \delta x_0$	$f(x_0)$	$f(x_0 + \delta x_0)$	x_{i+1}	$ \varepsilon_{RA} $
1	3,5	0,001	0,0035	3,5035	-14,625	-14,5417	4,11484	0,14942
2	4,11484	0,001	0,00411	4,11895	4,17909	4,33482	4,00442	0,02758
3	4,00442	0,001	0,00400	4,00842	0,15478	0,29555	4,00001	0,0011
4	4,00001	0,001	0,004	4,00401	0,00044	0,14064	4	0,000003

Karena nilai $|\varepsilon_{RA}| < \delta$ sehingga langkah berakhir pada iterasi Ke-4, Dimana

$|0,000003| < 0,001$ dengan salah satu nilai solusi akar persamaannya adalah 4.

Studi kasus 2 (Soal latihan pada buku *Numerical Methods For Engineers Seventh Edition* karya Steven C. Chapra dan Raymond P. Canale).

Hitunglah salah satu akar dari persamaan polynomial berderajat 4 yaitu $f(x) = x^4 - 7x^3 + 37x^2 - 175x + 300$ dengan $x_0 = 4,5$ $\delta = 0,001$.

Iterasi 1

Menuliskan persamaan polynomial yaitu $f(x) = x^4 - 7x^3 + 37x^2 - 175x + 300$.

Menentukan nilai hampiran awal $x_0 = 4,5$ dan nilai fraksi perturbasi kecil $\delta = 0,001$.

$$\delta \cdot x_0 = 0,0045$$

$$x_0 + \delta \cdot x_0 = 4,50450$$

Menentukan nilai $f(x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 = 4,5$ ke- Persamaan $f(x) = x^4 - 7x^3 + 37x^2 - 175x + 300$.

$$\begin{aligned} f(4,5) &= (4,5)^4 - 7(4,5)^3 + 37(4,5)^2 - 175(4,5) + 300 \\ &= 33,93750 \end{aligned}$$

Menentukan nilai $f(x_0 + \delta \cdot x_0)$ mensubstitusi nilai $x_0 + \delta \cdot x_0 = 4,50450$ ke- Persamaan $f(x) = x^4 - 7x^3 + 37x^2 - 175x + 300$.

$$\begin{aligned} f(4,50450) &= (4,50450)^4 - 7(4,50450)^3 + 37(4,50450)^2 - 175(4,50450) + \\ &\quad 300 \\ &= 34,37642 \end{aligned}$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru x_{i+1} dari Persamaan (20)

$$x_{i+1} = x_0 - \frac{\delta x_0 f(x_0)}{f(x_0 + \delta x_0) - f(x_0)}$$

$$= 4,5 - \frac{(0,0045)(33,93750)}{(34,37642)-(33,93750)}$$

$$= 4,15206$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$|\varepsilon_{RA}| = \frac{x_{i+1} - x_0}{x_{i+1}}$$

$$= 0,08379 > 0,001 \text{ artinya masih dilakukan perulangan karena nilai}$$

$$\text{galat relatif hampiran } |\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil } (\delta).$$

Maka nilai $x_0 = 4,15206$ dan $\delta = 0,001$

Iterasi 2

Menentukan nilai hampiran awal $x_0 = 4,15206$ dan nilai fraksi perturbasi kecil

$$\delta = 0,001.$$

$$\delta \cdot x_0 = 0,00415$$

$$x_0 + \delta \cdot x_0 = 4,15621$$

Menentukan nilai $f(x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 = 4,15206$ ke- Persamaan

$$f(x) = x^4 - 7x^3 + 37x^2 - 175x + 300.$$

$$f(4,15206) = (4,15206)^4 - 7(4,15206)^3 + 37(4,15206)^2 - 175(4,15206) +$$

$$300$$

$$= 7,39959$$

Menentukan nilai $f(x_0 + \delta \cdot x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 + \delta \cdot x_0 = 4,15621$

ke- Persamaan $f(x) = x^4 - 7x^3 + 37x^2 - 175x + 300.$

$$f(4,15621) = (4,15621)^4 - 7(4,15621)^3 + 37(4,15621)^2 - 175(4,15621) +$$

$$300$$

$$= 7,63528$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru x_{i+1} dari Persamaan (20)

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_0 - \frac{\delta x_0 f(x_0)}{f(x_0 + \delta x_0) - f(x_0)} \\ &= 4,15206 - \frac{(0,00415)(7,39959)}{(7,63528) - (7,39959)} \\ &= 4,02169 \end{aligned}$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{RA}| &= \frac{x_{i+1} - x_0}{x_{i+1}} \\ &= 0,03241 > 0,001 \text{ artinya masih dilakukan perulangan karena} \\ &\text{nilai galat relatif hampiran } |\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil} \\ &(\delta). \end{aligned}$$

Maka nilai $x_0 = 4,02169$ dan $\delta = 0,001$

Iterasi 3

Menentukan nilai hampiran awal $x_0 = 4,02169$ dan nilai fraksi perturbasi kecil $\delta = 0,001$.

$$\delta \cdot x_0 = 0,00402$$

$$x_0 + \delta \cdot x_0 = 4,02572$$

Menentukan nilai $f(x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 = 4,02169$ ke- Persamaan

$$f(x) = x^4 - 7x^3 + 37x^2 - 175x + 300.$$

$$\begin{aligned} f(4,02169) &= (4,02169)^4 - 7(4,02169)^3 + 37(4,02169)^2 - 175(4,02169) + \\ &\quad 300 \\ &= 0,91271 \end{aligned}$$

Menentukan nilai $f(x_0 + \delta \cdot x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 + \delta \cdot x_0 = 4,02572$

ke- Persamaan $f(x) = x^4 - 7x^3 + 37x^2 - 175x + 300$.

$$\begin{aligned} f(4,02572) &= (4,02572)^4 - 7(4,02572)^3 + 37(4,02572)^2 - 175(4,02572) + \\ &300 \\ &= 1,08700 \end{aligned}$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru x_{i+1} dari Persamaan (20)

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_0 - \frac{\delta x_0 f(x_0)}{f(x_0 + \delta x_0) - f(x_0)} \\ &= 4,02169 - \frac{(0,00402)(0,91271)}{(1,08700) - (0,91271)} \\ &= 4,00064 \end{aligned}$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{RA}| &= \frac{x_{i+1} - x_0}{x_{i+1}} \\ &= 0,00526 > 0,001 \text{ artinya masih dilakukan perulangan karena} \\ &\text{nilai galat relatif hampiran } |\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil} \\ &(\delta). \end{aligned}$$

Maka nilai $x_0 = 4,00064$ dan $\delta = 0,001$

Untuk nilai pada iterasi (i) selanjutnya dapat dilihat pada Tabel 4.2

Tabel 4.2 Hasil perhitungan modifikasi metode Secant $x^4 - 7x^3 + 37x^2 - 175x + 300 = 0$

i	x_0	δ	$\delta \cdot x_0$	$x_0 + \delta x_0$	$f(x_0)$	$f(x_0 + \delta x_0)$	x_{i+1}	$ \varepsilon_{RA} $
1	4,5	0,001	0,0045	4,50450	33,93750	34,37642	4,15206	0,08379
2	4,15206	0,001	0,00415	4,15621	7,39959	7,63528	4,02169	0,03241
3	4,02169	0,001	0,00402	4,02572	0,91271	1,08700	4,00064	0,00526
4	4,00064	0,001	0,00400	4,00464	0,02611	0,19117	4,00000	0,00016

Karena nilai $|\varepsilon_{RA}| < \delta$ sehingga langkah berakhir pada iterasi Ke-4, Dimana

$|0,00016| < 0,001$ dengan salah satu nilai solusi akar persamaannya adalah 4.

Studi kasus 3 (Soal latihan pada buku *Numerical Methods For Engineers Seventh Edition* karya Steven C. Chapra dan Raymond P. Canale).

Hitunglah salah satu akar dari persamaan polynomial berderajat 5 yaitu $f(x) = x^5 - 3,5x^4 + 2,75x^3 + 2,125x^2 - 3,875x + 1,25$ dengan $x_0 = 2,5$ dan $\delta = 0,001$.

Iterasi 1

Menuliskan persamaan polynomial yaitu $f(x) = x^5 - 3,5x^4 + 2,75x^3 + 2,125x^2 - 3,875x + 1,25$.

Menentukan nilai hampiran awal $x_0 = 2,5$ dan nilai fraksi perturbasi kecil $\delta = 0,001$.

$$\delta \cdot x_0 = 0,0025$$

$$x_0 + \delta \cdot x_0 = 2,5025$$

Menentukan nilai $f(x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 = 2,5$ ke- Persamaan $f(x) = x^5 - 3,5x^4 + 2,75x^3 + 2,125x^2 - 3,875x + 1,25$.

$$\begin{aligned} f(2,5) &= (2,5)^5 - 3,5(2,5)^4 + 2,75(2,5)^3 + 2,125(2,5)^2 - 3,875(2,5) + \\ &\quad 1,25 \\ &= 8,75 \end{aligned}$$

Menentukan nilai $f(x_0 + \delta \cdot x_0)$ mensubstitusi nilai $x_0 + \delta \cdot x_0 = 2,5025$ ke- Persamaan $f(x) = x^5 - 3,5x^4 + 2,75x^3 + 2,125x^2 - 3,875x + 1,25$.

$$\begin{aligned} f(2,5025) &= (2,5025)^5 - 3,5(2,5025)^4 + 2,75(2,5025)^3 + 2,125(2,5025)^2 + \\ &\quad (-3,875)(2,5025) + 1,25 \\ &= 8,83749 \end{aligned}$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru x_{i+1} dari Persamaan (20)

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_0 - \frac{\delta x_0 f(x_0)}{f(x_0 + \delta x_0) - f(x_0)} \\ &= 2,5 - \frac{(0,0025)(8,75)}{(8,83749) - (8,75)} \\ &= 2,24996 \end{aligned}$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{RA}| &= \frac{x_{i+1} - x_0}{x_{i+1}} \\ &= 0,11113 > 0,001 \text{ artinya masih dilakukan perulangan karena} \\ &\text{nilai galat relatif hampiran } |\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil} \\ &(\delta). \end{aligned}$$

Maka nilai $x_0 = 2,24996$ dan $\delta = 0,001$

Iterasi 2

Menentukan nilai hampiran awal $x_0 = 2,24996$ dan nilai fraksi perturbasi kecil $\delta = 0,001$.

$$\delta \cdot x_0 = 0,00225$$

$$x_0 + \delta \cdot x_0 = 2,25221$$

Menentukan nilai $f(x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 = 2,24996$ ke- Persamaan

$$f(x) = x^5 - 3,5x^4 + 2,75x^3 + 2,125x^2 - 3,875x + 1,25.$$

$$\begin{aligned} f(2,24996) &= (2,24996)^5 - 3,5(2,24996)^4 + 2,75(2,24996)^3 + \\ &\quad 2,125(2,24996)^2 - 3,875(2,24996) + 1,25 \\ &= 2,57652 \end{aligned}$$

Menentukan nilai $f(x_0 + \delta \cdot x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 + \delta \cdot x_0 = 2,25221$

ke- Persamaan $f(x) = x^5 - 3,5x^4 + 2,75x^3 + 2,125x^2 - 3,875x + 1,25$.

$$\begin{aligned} f(2,25221) &= (2,25221)^5 - 3,5(2,25221)^4 + 2,75(2,25221)^3 + \\ &\quad 2,125(2,25221)^2 - 3,875(2,25221) + 1,25 \\ &= 2,61295 \end{aligned}$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru x_{i+1} dari Persamaan (20)

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_0 - \frac{\delta x_0 f(x_0)}{f(x_0 + \delta x_0) - f(x_0)} \\ &= 2,24996 - \frac{(0,00225)(2,57652)}{(2,61295) - (2,57652)} \\ &= 2,09082 \end{aligned}$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{RA}| &= \frac{x_{i+1} - x_0}{x_{i+1}} \\ &= 0,07611 > 0,001 \text{ artinya masih dilakukan perulangan karena} \\ &\quad \text{nilai galat relatif hampiran } |\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil} \\ &\quad (\delta). \end{aligned}$$

Maka nilai $x_0 = 2,09082$ dan $\delta = 0,001$

Iterasi 3

Menentukan nilai hampiran awal $x_0 = 2,09082$ dan nilai fraksi perturbasi kecil

$$\delta = 0,001.$$

$$\delta \cdot x_0 = 0,00209$$

$$x_0 + \delta \cdot x_0 = 2,09291$$

Menentukan nilai $f(x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 = 2,09082$ ke- Persamaan

$$f(x) = x^5 - 3,5x^4 + 2,75x^3 + 2,125x^2 - 3,875x + 1,25.$$

$$\begin{aligned} f(0,58333) &= (2,09082)^5 - 3,5(2,09082)^4 + 2,75(2,09082)^3 + \\ &\quad 2,125(2,09082)^2 - 3,875(2,09082) + 1,25 \\ &= 0,64301 \end{aligned}$$

Menentukan nilai $f(x_0 + \delta \cdot x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 + \delta \cdot x_0 = 2,09291$

ke- Persamaan $f(x) = x^5 - 3,5x^4 + 2,75x^3 + 2,125x^2 - 3,875x + 1,25.$

$$\begin{aligned} f(2,09291) &= (2,09291)^5 - 3,5(2,09291)^4 + 2,75(2,09291)^3 + \\ &\quad 2,125(2,09291)^2 - 3,875(2,09291) + 1,25 \\ &= 0,66122 \end{aligned}$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru x_{i+1} dari Persamaan (20)

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_0 - \frac{\delta x_0 f(x_0)}{f(x_0 + \delta x_0) - f(x_0)} \\ &= 2,09082 - \frac{(0,00209)(0,64301)}{(0,66122) - (0,64301)} \\ &= 2,01696 \end{aligned}$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{RA}| &= \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1}} \\ &= 0,03662 > 0,001 \text{ artinya masih dilakukan perulangan karena} \\ &\quad \text{nilai galat relatif hampiran } |\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil} \\ &\quad (\delta). \end{aligned}$$

Maka nilai $x_0 = 2,01696$ dan $\delta = 0,001$

Untuk nilai pada iterasi (i) selanjutnya dapat dilihat pada Tabel 4.3

Tabel 4.3 Hasil perhitungan modifikasi metode Secant $x^5 - 3,5x^4 + 2,75x^3 + 2,125x^2 - 3,875x + 1,25 = 0$

i	x_0	δ	$\delta \cdot x_0$	$x_0 + \delta x_0$	$f(x_0)$	$f(x_0 + \delta x_0)$	x_{i+1}	$ \varepsilon_{RA} $
1	2,5	0,001	0,0025	2,5025	8,75	8,83749	2,24996	0,11113
2	2,24996	0,001	0,00225	2,25221	2,57652	2,61295	2,09082	0,07611
3	2,09082	0,001	0,00209	2,09291	0,64301	0,66122	2,01696	0,03662
4	2,01696	0,001	0,00202	2,01898	0,09971	0,11214	2,00079	0,00808
5	2,00079	0,001	0,00200	2,00279	0,00446	0,01582	2,00001	0,00039

Karena nilai $|\varepsilon_{RA}| < \delta$ sehingga langkah berakhir pada iterasi Ke-5, Dimana $|0,00039| < 0,001$ dengan salah satu nilai solusi akar persamaannya adalah 2,00001.



Studi kasus 4 (Soal latihan pada buku Dasar-Dasar Analisis Numerik karya Samuel D. Conte atau Carl de Boor) menggunakan metode secant dengan persamaan polynomial berderajat 6 yaitu $f(x) = x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1$ dengan $x_0 = 1$, $x_1 = 1,5$ dan $\varepsilon = 0,001$

Iterasi 1

$$x_0 = 1$$

$$x_1 = 1,5$$

$$\begin{aligned} f(x_0) = f(1) &= (1)^6 + 6(1)^5 - 15(1)^4 + 20(1)^3 - 15(1)^2 + 6(1) - 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x_1) = f(1,5) &= (1,5)^6 + 6(1,5)^5 - 15(1,5)^4 + 20(1,5)^3 - 15(1,5)^2 + \\ &\quad 6(1,5) - 1 \\ &= 22,76563 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{baru} &= x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} \\ &= 1,5 - \frac{(22,76563)(1,5 - 1)}{(22,76563) - (2)} \\ &= 0,95184 \end{aligned}$$

$$|\varepsilon_{RA}| = 0,57589 > 0,001 \text{ maka } x_0 = 1,5 \text{ dan } x_1 = 0,95184$$

Iterasi 2

$$x_0 = 1,5$$

$$x_1 = 0,95184$$

$$\begin{aligned} f(x_0) = f(1,5) &= (1,5)^6 + 6(1,5)^5 - 15(1,5)^4 + 20(1,5)^3 + \\ &\quad (-15)(1,5)^2 + 6(1,5) - 1 \\ &= 22,76563 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(x_1) &= f(0,95184) = (0,95184)^6 + 6(0,95184)^5 - 15(0,95184)^4 + \\
 &\quad 20(0,95184)^3 - 15(0,95184)^2 + 6(0,95184) - 1 \\
 &= 1,48738
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{baru} &= x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} \\
 &= 0,95184 - \frac{(1,48738)(0,95184 - 0,5)}{(1,48738) - (-22,76563)} \\
 &= 0,91353
 \end{aligned}$$

$$|\varepsilon_{RA}| = 0,04194 > 0,001 \text{ maka } x_0 = 0,95184 \text{ dan } x_1 = 0,91353$$

Iterasi 3

$$x_0 = 0,95184$$

$$x_1 = 0,91353$$

$$\begin{aligned}
 f(x_0) &= f(0,95184) = (0,95184)^6 + 6(0,95184)^5 - 15(0,95184)^4 + \\
 &\quad 20(0,95184)^3 - 15(0,95184)^2 + 6(0,95184) - 1 \\
 &= 1,48738
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(x_1) &= f(0,91353) = (0,91353)^6 + 6(0,91353)^5 - 15(0,91353)^4 + \\
 &\quad 20(0,91353)^3 - 15(0,91353)^2 + 6(0,91353) - 1 \\
 &= 1,16240
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{baru} &= x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} \\
 &= 0,91353 - \frac{(1,16240)(0,91353 - 0,95184)}{(1,16240) - (1,48738)} \\
 &= 0,77647
 \end{aligned}$$

$$|\varepsilon_{RA}| = 0,17651 > 0,001 \text{ maka } x_0 = 0,91353 \text{ dan } x_1 = 0,77647$$

Untuk nilai pada iterasi (i) selanjutnya dapat dilihat pada Tabel 4.4

Tabel 4.4 Hasil perhitungan metode Secant $x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1 = 0$

i	x_0	x_1	$f(x_0)$	$f(x_1)$	x_{baru}	$ \varepsilon_{RA} $
1	1	1,5	2	22,76563	0,95184	0,57589
2	1,5	0,95184	22,76563	1,48738	0,91353	0,04194
3	0,95184	0,91353	1,48738	1,16240	0,77647	0,17651
4	0,91353	0,77647	1,16240	0,43819	0,69355	0,11957
5	0,77647	0,69355	0,43819	0,22175	0,60859	0,1396
6	0,69355	0,60859	0,22175	0,09802	0,54128	0,12435
7	0,60859	0,54128	0,09802	0,04098	0,49292	0,09811
8	0,54128	0,49292	0,04098	0,01169	0,47363	0,04073
9	0,49292	0,47363	0,01169	0,00131	0,47119	0,00515
10	0,47363	0,47119	0,00131	0,00002	0,47115	0,0001

Karena nilai $|\varepsilon_{RA}| < \varepsilon_s$ sehingga langkah berakhir pada iterasi Ke-10, Dimana $|0,0001| < 0,001$ dengan salah satu nilai solusi akar persamaannya adalah 0,47115.

Studi kasus 4 (Soal latihan pada buku Dasar-Dasar Analisis Numerik karya Samuel D. Conte atau Carl de Boor).

Hitunglah salah satu akar dari persamaan polynomial berderajat 6 yaitu $f(x) = x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1$ dengan $x_0 = 1,5$ dan $\delta = 0,001$.

Iterasi 1

Menuliskan persamaan polynomial yaitu $f(x) = x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1$.

Menentukan nilai hampiran awal $x_0 = 1,5$ dan nilai fraksi perturbasi kecil $\delta = 0,001$.

$$\delta \cdot x_0 = 0,0015$$

$$x_0 + \delta \cdot x_0 = 1,5015$$

Menentukan nilai $f(x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 = 1,5$ ke- Persamaan $f(x) = x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1$.

$$\begin{aligned} f(1,5) &= (1,5)^6 + 6(1,5)^5 - 15(1,5)^4 + 20(1,5)^3 - 15(1,5)^2 + 6(1,5) - 1 \\ &= 22,76563 \end{aligned}$$

Menentukan nilai $f(x_0 + \delta \cdot x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 + \delta \cdot x_0 = 1,5015$ ke- Persamaan $f(x) = x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1$.

$$\begin{aligned} f(1,5015) &= (1,5015)^6 + 6(1,5015)^5 - 15(1,5015)^4 + 20(1,5015)^3 + \\ &\quad (-15)(1,5015)^2 + 6(1,5015) - 1 \\ &= 22,90237 \end{aligned}$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru x_{i+1} dari Persamaan (20)

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_0 - \frac{\delta x_0 f(x_0)}{f(x_0 + \delta x_0) - f(x_0)} \\ &= 1,5 - \frac{(0,0015)(22,76563)}{(22,90237) - (22,76563)} \\ &= 1,25028 \end{aligned}$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{RA}| &= \frac{x_{i+1} - x_0}{x_{i+1}} \\ &= 0,19973 > 0,001 \text{ artinya masih dilakukan perulangan karena} \\ &\text{nilai galat relatif hampiran } |\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil} \\ &(\delta). \end{aligned}$$

Maka nilai $x_0 = 1,25028$ dan $\delta = 0,001$

Iterasi 2

Menentukan nilai hampiran awal $x_0 = 1,25028$ dan nilai fraksi perturbasi kecil $\delta = 0,001$.

$$\delta \cdot x_0 = 0,00125$$

$$x_0 + \delta \cdot x_0 = 1,25153$$

Menentukan nilai $f(x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 = 1,25028$ ke- Persamaan

$$f(x) = x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1.$$

$$\begin{aligned} f(1,25028) &= (1,25028)^6 + 6(1,25028)^5 - 15(1,25028)^4 + 20(1,25028)^3 + \\ &\quad (-15)(1,25028)^2 + 6(1,25028) - 1 \\ &= 7,63937 \end{aligned}$$

Menentukan nilai $f(x_0 + \delta \cdot x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 + \delta \cdot x_0 = 1,25153$

ke- Persamaan $f(x) = x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1$.

$$\begin{aligned} f(1,25153) &= (1,25153)^6 + 6(1,25153)^5 - 15(1,25153)^4 + 20(1,25153)^3 + \\ &\quad (-15)(1,25153)^2 + 6(1,25153) - 1 \\ &= 7,68531 \end{aligned}$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru x_{i+1} dari Persamaan (20)

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_0 - \frac{\delta x_0 f(x_0)}{f(x_0 + \delta x_0) - f(x_0)} \\ &= 1,25028 - \frac{(0,00125)(7,63937)}{(7,68531) - (7,63937)} \\ &= 1,04239 \end{aligned}$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{RA}| &= \frac{x_{i+1} - x_0}{x_{i+1}} \\ &= 0,19943 > 0,001 \text{ artinya masih dilakukan perulangan karena} \\ &\quad \text{nilai galat relatif hampiran } |\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil} \\ &\quad (\delta). \end{aligned}$$

Maka nilai $x_0 = 1,04239$ dan $\delta = 0,001$

Iterasi 3

Menentukan nilai hampiran awal $x_0 = 1,04239$ dan nilai fraksi perturbasi kecil

$$\delta = 0,001.$$

$$\delta \cdot x_0 = 0,00104$$

$$x_0 + \delta \cdot x_0 = 1,04343$$

Menentukan nilai $f(x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 = 1,04239$ ke- Persamaan

$$f(x) = x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1.$$

$$\begin{aligned} f(1,04239) &= (1,04239)^6 + 6(1,04239)^5 - 15(1,04239)^4 + 20(1,04239)^3 + \\ &\quad (-15)(1,04239)^2 + 6(1,04239) - 1 \\ &= 2,56577 \end{aligned}$$

Menentukan nilai $f(x_0 + \delta \cdot x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 + \delta \cdot x_0 = 1,04343$

ke- Persamaan $f(x) = x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1.$

$$\begin{aligned} f(1,04343) &= (1,04343)^6 + 6(1,04343)^5 - 15(1,04343)^4 + 20(1,04343)^3 + \\ &\quad (-15)(1,04343)^2 + 6(1,04343) - 1 \\ &= 2,58120 \end{aligned}$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru x_{i+1} dari Persamaan (20)

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_0 - \frac{\delta x_0 f(x_0)}{f(x_0 + \delta x_0) - f(x_0)} \\ &= 1,04239 - \frac{(0,00104)(2,56577)}{(2,58120) - (2,56577)} \\ &= 0,86909 \end{aligned}$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{RA}| &= \frac{x_{i+1} - x_0}{x_{i+1}} \\ &= 0,1994 > 0,001 \text{ artinya masih dilakukan perulangan karena nilai} \\ &\quad \text{galat relatif hampiran } |\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil } (\delta). \end{aligned}$$

Maka nilai $x_0 = 0,86909$ dan $\delta = 0,001$

Untuk nilai pada iterasi (i) selanjutnya dapat dilihat pada Tabel 4.5

Tabel 4.5 Hasil perhitungan modifikasi metode Secant $x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1 = 0$

i	x_0	δ	$\delta \cdot x_0$	$x_0 + \delta x_0$	$f(x_0)$	$f(x_0 + \delta x_0)$	x_{i+1}	$ \varepsilon_{RA} $
1	1,5	0,001	0,0015	1,5015	22,76563	22,90237	1,25028	0,19973
2	1,25028	0,001	0,00125	1,25153	7,63937	7,68531	1,04239	0,19943
3	1,04239	0,001	0,00104	1,04343	2,56577	2,58120	0,86909	0,1994
4	0,86909	0,001	0,00087	0,86996	0,86184	0,86703	0,72461	0,19939
5	0,72461	0,001	0,00072	0,72534	0,28908	0,29082	0,60480	0,19811
6	0,60480	0,001	0,00060	0,60540	0,09407	0,09469	0,51356	0,17765
7	0,51356	0,001	0,00051	0,51408	0,02345	0,02375	0,47401	0,08345
8	0,47401	0,001	0,00047	0,47448	0,00151	0,00176	0,47116	0,00605
9	0,47116	0,001	0,00047	0,47163	0,000003	0,00025	0,47115	0,00001

Karena nilai $|\varepsilon_{RA}| < \delta$ sehingga langkah berakhir pada iterasi Ke-9, Dimana $|0,00001| < 0,001$ dengan salah satu nilai solusi akar persamaannya adalah 0,47115.

Studi kasus 5 (Soal latihan pada buku *Numerical Methods For Engineers Seventh Edition* karya Steven C. Chapra dan Raymond P. Canale).

Gunakan metode Secant yang dimodifikasi untuk menentukan massa jumper bungee dengan koefisien drag 0,25 kg/m agar memiliki kecepatan 36 m/s setelah 4 s jatuh bebas. Catatan: percepatan gravitasi adalah 9,81 m/s². Gunakan tebakan awal 4,5 kg dan nilai 0,001 untuk fraksi perturbasi kecil.

Iterasi 1

Dik:

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2; \quad t = 4 \text{ s}; \quad v(t) = 36 \text{ m/s}$$

$$c_d = 0,25 \text{ kg/m}; \quad m = 4,5 \text{ kg}; \quad \delta = 0,001$$

Menuliskan persamaan jumper bungee yaitu

$$f(m) = \sqrt{\frac{g \times m}{c_d}} \times \left(\frac{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} - e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}}{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} + e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}} \right) - v(t).$$

Menentukan nilai hampiran awal $m_0 = 4,5$ dan nilai fraksi perturbasi kecil $\delta = 0,001$.

$$\delta \cdot m_0 = 0,0045$$

$$m_0 + \delta \cdot m_0 = 4,5045$$

Menentukan nilai $f(m_0)$ dengan mensubstitusi nilai $m_0 = 4,5$ ke- Persamaan

$$f(m_0) = \sqrt{\frac{g \times m}{c_d}} \times \left(\frac{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} - e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}}{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} + e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}} \right) - v(t).$$

$$\begin{aligned} f(4,5) &= \sqrt{\frac{9,81 \times 50}{0,25}} \times \left(\frac{e^{\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{50}} 4} - e^{-\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{50}} 4}}{e^{\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{50}} 4} + e^{-\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{50}} 4}} \right) - 36 \\ &= -22,7838 \end{aligned}$$

Menentukan nilai $f(m_0 + \delta.m_0)$ dengan mensubstitusi nilai $m_0 + \delta.m_0 =$

$$1,5015 \text{ ke- Persamaan } f(m_0) = \sqrt{\frac{g \times m}{c_d}} \times \left(\frac{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} - e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}}{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} + e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}} \right) - v(t)$$

$$\begin{aligned} f(4,5) &= \sqrt{\frac{9,81 \times 4,5045}{0,25}} \times \left(\frac{e^{\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{4,5045}} t} - e^{-\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{4,5045}} t}}{e^{\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{4,5045}} t} + e^{-\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{4,5045}} t}} \right) - 36 \\ &= -22,7774 \end{aligned}$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru m_{i+1} dari Persamaan (20)

$$\begin{aligned} m_{i+1} &= m_0 - \frac{\delta m_0 f(m_0)}{f(m_0 + \delta m_0) - f(m_0)} \\ &= 4,5 - \frac{(0,0045)(-22,7838)}{(-22,7774) - (-22,7838)} \\ &= 20,5359 \end{aligned}$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{RA}| &= \frac{m_{i+1} - m_0}{m_{i+1}} \\ &= 0,78087 > 0,001 \text{ artinya masih dilakukan perulangan karena} \\ &\text{nilai galat relatif hampiran } |\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil} \\ &(\delta). \end{aligned}$$

Maka nilai $m_0 = 20,5359$ dan $\delta = 0,001$

Iterasi 2

Menentukan nilai hampiran awal $m_0 = 20,5359$ dan nilai fraksi perturbasi kecil

$$\delta = 0,001.$$

$$\delta.x_0 = 0,02053$$

$$x_0 + \delta.x_0 = 20,55643$$

Menentukan nilai $f(m_0)$ dengan mensubstitusi nilai $m_0 = 20,5359$ ke-

$$\text{Persamaan } f(m_0) = \sqrt{\frac{g \times m}{c_d}} \times \left(\frac{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} - e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}}{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} + e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}} \right) - v(t).$$

$$\begin{aligned} f(20,5359) &= \sqrt{\frac{9,81 \times 20,5359}{0,25}} \times \left(\frac{e^{\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{20,5359}} t} - e^{-\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{20,5359}} t}}{e^{\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{20,5359}} t} + e^{-\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{20,5359}} t}} \right) - 36 \\ &= -10,9776 \end{aligned}$$

Menentukan nilai $f(m_0 + \delta.m_0)$ dengan mensubstitusi nilai $m_0 + \delta.m_0 =$

$$20,55643 \text{ ke- Persamaan } f(m_0) = \sqrt{\frac{g \times m}{c_d}} \times \left(\frac{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} - e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}}{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} + e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}} \right) - v(t)$$

$$\begin{aligned} f(20,55643) &= \sqrt{\frac{9,81 \times 20,55643}{0,25}} \times \left(\frac{e^{\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{20,55643}} t} - e^{-\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{20,55643}} t}}{e^{\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{20,55643}} t} + e^{-\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{20,55643}} t}} \right) - 36 \\ &= -10,9695 \end{aligned}$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru m_{i+1} dari Persamaan (20)

$$\begin{aligned} m_{i+1} &= m_0 - \frac{\delta m_0 f(m_0)}{f(m_0 + \delta m_0) - f(m_0)} \\ &= 20,5359 - \frac{(0,02053)(-10,9776)}{(-10,9695) - (-10,9776)} \\ &= 48,26138 \end{aligned}$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$\begin{aligned} |\varepsilon_{RA}| &= \frac{m_{i+1} - m_0}{m_{i+1}} \\ &= 0,57449 > 0,001 \text{ artinya masih dilakukan perulangan karena} \\ &\text{nilai galat relatif hampiran } |\varepsilon_{RA}| > \text{nilai fraksi perturbasi kecil} \\ &(\delta). \end{aligned}$$

Maka nilai $m_0 = 48,26138$ dan $\delta = 0,001$

Iterasi 3

Menentukan nilai hampiran awal $m_0 = 48,26138$ dan nilai fraksi perturbasi kecil

$\delta = 0,001$.

$$\delta \cdot m_0 = 0,04826$$

$$m_0 + \delta \cdot m_0 = 48,30964$$

Menentukan nilai $f(m_0)$ dengan mensubstitusi nilai $m_0 = 48,26138$ ke-

$$\text{Persamaan } f(m_0) = \sqrt{\frac{g \times m}{c_d}} \times \left(\frac{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} - e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}}{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} + e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}} \right) - v(t).$$

$$\begin{aligned} f(48,26138) &= \sqrt{\frac{9,81 \times 48,26138}{0,25}} \times \left(\frac{e^{\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{48,26138}} t} - e^{-\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{48,26138}} t}}{e^{\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{48,26138}} t} + e^{-\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{48,26138}} t}} \right) - 36 \\ &= -4,79239 \end{aligned}$$

Menentukan nilai $f(m_0 + \delta \cdot m_0)$ dengan mensubstitusi nilai $m_0 + \delta \cdot m_0 =$

$$\begin{aligned} 48,30964 \text{ ke- Persamaan } f(m_0) &= \sqrt{\frac{g \times m}{c_d}} \times \left(\frac{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} - e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}}{e^{\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t} + e^{-\sqrt{\frac{g \times c_d}{m}} t}} \right) - v(t) \\ f(48,30964) &= \sqrt{\frac{9,81 \times 48,30964}{0,25}} \times \left(\frac{e^{\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{48,30964}} t} - e^{-\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{48,30964}} t}}{e^{\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{48,30964}} t} + e^{-\sqrt{\frac{9,81 \times 0,25}{48,30964}} t}} \right) - 36 \\ &= -4,78632 \end{aligned}$$

Menentukan nilai hampiran iterasi baru m_{i+1} dari Persamaan (20)

$$\begin{aligned} m_{i+1} &= m_0 - \frac{\delta m_0 f(m_0)}{f(m_0 + \delta m_0) - f(m_0)} \\ &= 48,26138 - \frac{(0,04826)(-4,79239)}{(-4,78632) - (-4,79239)} \end{aligned}$$

$$= 86,36963$$

Menentukan nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}|$ dari Persamaan (26)

$$|\varepsilon_{RA}| = \frac{m_{i+1} - m_0}{m_{i+1}}$$

$= 0,44122 > 0,001$ artinya masih dilakukan perulangan karena nilai galat relatif hampiran $|\varepsilon_{RA}| >$ nilai fraksi perturbasi kecil (δ).

Maka nilai $m_0 = 86,36963$ dan $\delta = 0,001$

Untuk nilai pada iterasi (i) selanjutnya dapat dilihat pada Tabel 4.6

Tabel 4.6 Hasil perhitungan modifikasi metode Secant

i	m_0	δ	$\delta \cdot m_0$	$m_0 + \delta m_0$	$f(m_0)$	$f(m_0 + \delta m_0)$	m_{i+1}	$ \varepsilon_{RA} $
1	4,5	0,001	0,0045	4,5045	-22,7838	-22,7774	20,5359	0,78078
2	20,5359	0,001	0,02053	20,55643	-10,9776	-10,9695	48,26138	0,57449
3	48,26138	0,001	0,04826	48,30964	-4,79239	-4,78632	86,36963	0,44122
4	86,36963	0,001	0,08637	86,456	-1,79036	-1,7861	122,7011	0,29609
5	122,7011	0,001	0,12270	122,8238	-0,46923	-0,46594	140,218	0,12493
6	140,218	0,001	0,14022	140,3582	0,05237	-0,04941	142,6998	0,01739
7	142,6998	0,001	0,14269	142,8425	0,00077	0,00214	142,7377	0,00026

Karena nilai $|\varepsilon_{RA}| < \delta$ sehingga langkah berakhir pada iterasi Ke-7, Dimana $|0,00026| < 0,001$ dengan salah satu nilai solusi akar persamaannya adalah 142,7377.

Dari studi kasus persamaan polynomial berderajat 3 sampai persamaan polynomial berderajat 6. Maka, dapat dibuatkan algoritma untuk perhitungan persamaan polynomial sampai berderajat n sebagai berikut :

1. Definisikan fungsi $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$.
2. Tentukan nilai x_0 dan δ .
3. Menghitung nilai $\delta \cdot x_0$ dan nilai $x_0 + \delta \cdot x_0$
4. Menentukan nilai $f(x_0)$ dengan mensubstitusi nilai x_0 ke-Persamaan $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$.
5. Menentukan nilai $f(x_0 + \delta x_0)$ dengan mensubstitusi nilai $x_0 + \delta x_0$ ke-Persamaan $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$.
6. Menentukan nilai hampiran iterasi baru x_{i+1} dengan mensubstitusi nilai $x_0, \delta \cdot x_0, f(x_0)$ dan $f(x_0 + \delta x_0)$ ke-Persamaan $x_{i+1} = x_0 - \frac{\delta \cdot x_0 f(x_0)}{f(x_0 + \delta x_0) - f(x_0)}$
7. Menentukan nilai galat relatif hampiran ε_{RA} dengan mensubstitusi nilai x_{i+1} dan x_0 ke-Persamaan $|\varepsilon_{RA}| = \frac{x_{i+1} - x_0}{x_{i+1}}$.
8. Jika nilai $|\varepsilon_{RA}| < \delta$, maka diperoleh x_{i+1} sebagai solusi akar persamaannya.
9. Jika nilai $|\varepsilon_{RA}| > \delta$, maka lanjutkan kelangkah dengan nilai $x_0 = x_{i+1}$ dan nilai δ tetap.

B. Pembahasan

Pada studi kasus I, untuk persamaan polynomial berderajat 3 yaitu $f(x) = x^3 - 13x - 12$. Dengan menggunakan nilai awal 3,5 dan $\delta = 0,001$, dengan modifikasi metode secant solusi akar persamaan yang diperoleh adalah 4 dengan jumlah iterasi 4.

Pada studi kasus II, untuk persamaan polynomial berderajat 4 dengan modifikasi metode secant yaitu $f(x) = x^4 - 7x^3 + 37x^2 - 175x + 300$. Dengan menggunakan nilai awal 4,5 dan $\delta = 0,001$, sehingga solusi akar persamaan yang diperoleh adalah 4 dengan jumlah iterasi 4.

Pada studi kasus III, untuk persamaan polynomial berderajat 5 dengan menggunakan modifikasi metode secant yaitu $f(x) = x^5 - 3,5x^4 + 2,75x^3 + 2,125x^2 - 3,875x + 1,25$. Dengan menggunakan nilai awal 2,5 dan $\delta = 0,001$, sehingga solusi akar persamaan yang diperoleh adalah 2,00001 dengan jumlah iterasi 5.

Pada studi kasus IV, untuk persamaan polynomial berderajat 6 yaitu $f(x) = x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1$. Dengan nilai awal $x_0 = 1$ dan $x_1 = 1,5$ pada metode secant diperoleh nilai solusi akar persamaannya adalah 0,47115 dengan jumlah iterasi sebanyak 10 iterasi, sedangkan pada modifikasi metode secant dengan menggunakan nilai awal 1,5 dan $\delta = 0,001$, diperoleh sebanyak 9 iterasi.

Dilihat dari studi kasus I, II, III dan IV bahwa dengan modifikasi metode secant menghasilkan keefisienan dari segi iterasi (hampiran) dan dari segi tingkat

ketelitian. Hal ini dapat dilihat dari nilai error pada modifikasi metode secant sebesar 0,00001 dibandingkan dengan metode secant sebesar 0,0001.



BAB V

PENUTUP

A. *Kesimpulan*

Adapun kesimpulan dari penelitian ini, dengan menggunakan modifikasi metode secant pada pencarian nilai solusi akar persamaan polynomial pada setiap studi kasus diperoleh sebagai berikut :

- a. Studi kasus 1 pada persamaan polynomial berderajat 3 yaitu $f(x) = x^3 - 13x - 12$ diperoleh nilai solusi akar persamaannya adalah 4.
- b. Studi kasus 2 pada persamaan polynomial berderajat 4 yaitu $f(x) = x^4 - 7x^3 + 37x^2 - 175x + 300$ diperoleh nilai solusi akar persamaannya adalah 4.
- c. Studi kasus 3 pada persamaan polynomial berderajat 5 yaitu $f(x) = x^5 - 3,5x^4 + 2,75x^3 + 2,125x^2 - 3,875x + 1,25$ diperoleh nilai solusi akar persamaannya adalah 2,00001.
- d. Studi kasus 4 pada persamaan polynomial berderajat 3 yaitu $f(x) = x^6 + 6x^5 - 15x^4 + 20x^3 - 15x^2 + 6x - 1$ diperoleh nilai solusi akar persamaannya adalah 0,47115.

B. *Saran*

Pada penelitian selanjutnya, agar peneliti mengkaji solusi persamaan polynomial dengan modifikasi metode Newton-Raphson.

DAFTAR PUSTAKA

- Ardi, Pujiyanti. *Komputasi Numerik dengan Matlab*. Yogyakarta: Graha Ilmu, 2007.
- Asminah, dkk. *Implementasi Dana Analisis Tingkat Akurasi Software Penyelesaian Persamaan Non Linear Dengan Metode Fixed Point Iteration dan Metode Bisection*. Seminar Nasional Informatika, ISSN: 1979-2328.
- Basuki, Achmad. *Metode Numerik dan Algoritma Komputasi*. Yogyakarta: Andi, 2005.
- Chapra, Steven C dan Raymond P. Canale. *Metode Numerik Jilid 1 Edisi Kedua*. Jakarta: Erlangga, 1988.
- Chapra, Steven C. *Applied Numerical Methods With MATLAB For Engineers And Scientists Third Edition*. New York: McGraw-Hill Companies, 2012.
- Chapra, Steven C dan Raymond P. Canale. *Numerical Methods For Engineers Seventh Edition*. New York: McGraw-Hill Education, 2015.
- Dawkins, Paul. *College Algebra*. Texas: Lamar University. 2011
- Departemen Agama RI. *Al-Quran dan Terjemahannya*. Semarang: PT. Karya Toha Putra Semarang. 2002.
- Laina. *Menentukan Akar-Akar dan Diskriminan Pada Persamaan Kuartik*. Jurnal Matematika, 2011.
- Munir, Rinaldi. *Metode Numerik Revisi Kedua*. Bandung: Informatika, 2008.
- Qurrotul dan Meinarini. *Aljabar Linear Dasar Di lengkapi Program MATLAB dan Penerapannya*. Bandung: Alfabeta, 2013.
- Sahid. *Pengantar Komputasi Numerik dengan MATLAB*. Yogyakarta: Andi, 2005.
- Shihab, M. Quraish. *Tafsir Al-Misbah vol.15*. Jakarta : Lentera Hati, 2002.
- Utami, Nanda Ningtyas Ramadhani, dkk. *Perbandingan Solusi Sistem Persamaan Nonlinear Menggunakan Metode Newtonraphson Dan Metode Jacobian*. E-Jurnal Matematika Vol. 2, ISSN: 2303-1751.
- Wang, Xiuhua, dkk. *A New Modified Secant-Like Method For Solving Nonlinear*. Computers and Mathematic with Applications, 2010.

\mathcal{L}

\mathcal{A}

\mathcal{M}

\mathcal{P}

\mathcal{I}

\mathcal{R}

\mathcal{A}

\mathcal{N}

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI

ALAUDDIN

MAKASSAR

**Program Modifikasi Metode Secant Dalam Menyelesaikan Persamaan
Polynomial berderajat n**

```

1. clc;
2. clear;
3. syms x;
4. fungsi = input('masukkan fungsi = ');
5. x0 = input('Masukkan X0 : ');
6. d=input('Masukkan delta : ');
7. i=0;
8. m_error=1;
9. disp(' i      x0      At      At.x0      x0+(At.x0)      f(x)      f(x0+At.x0)
      xi+1      epsilon');
10. while (m_error > d)
11. i=i+1;
12. s=d*x0;
13. Q=x0+(d*x0);
14. f1=subs (fungsi,x,x0);
15. f2=subs (fungsi,x,Q);
16. xr=(x0-((d*x0*f1)/(f2-f1)));
17. m_error=abs((xr-x0)/xr);
18. x0=xr;
19. fprintf('%3.0f %12.6f %12.6f %12.6f %12.6f %12.6f %12.6f %12.6f
      %12.6f\n',i,x0,d,s,Q,f1,f2,xr,m_error); %angka angka didalamnya adalah
      spasi
20. end
21. fprintf('Akarnya Adalah = %10.5f\n',xr);

```

A. Hasil Output Persamaan Polynomial Berderajat 3

```

masukkan fungsi = x^3-(13*x)-12
Masukkan X0 : 3.5
Masukkan delta : 0.001

```

i	x0	Δt	Δt.x0	x0+(Δt.x0)	f(x)	f(x0+(Δt.x0))	xi+1	epsilon
1	4.114838	0.001000	0.003500	3.503500	-14.625000	-14.541746	4.114838	0.149420
2	4.004416	0.001000	0.004115	4.118953	4.179089	4.334821	4.004416	0.027575
3	4.000013	0.001000	0.004004	4.008420	0.154782	0.295554	4.000013	0.001101
4	4.000000	0.001000	0.004000	4.004013	0.000445	0.140638	4.000000	0.000003

```

Akarnya Adalah = 4.00000
fx Trial>>

```

B. Hasil Output Persamaan Polynomial Berderajat 4

```

masukkan fungsi = x^4-(7*x^3)+(37*x^2)-(175*x)+300
Masukkan X0 : 4.5
Masukkan delta : 0.001

```

i	x0	Δt	Δt.x0	x0+(Δt.x0)	f(x)	f(x0+(Δt.x0))	xi+1	epsilon
1	4.152059	0.001000	0.004500	4.504500	33.937500	34.376422	4.152059	0.083800
2	4.021696	0.001000	0.004152	4.156212	7.399599	7.635276	4.021696	0.032415
3	4.000636	0.001000	0.004022	4.025718	0.912707	1.087002	4.000636	0.005264
4	4.000004	0.001000	0.004001	4.004637	0.026112	0.191173	4.000004	0.000158

```

Akarnya Adalah = 4.00000
fx Trial>>

```

M A K A S S A R

C. Hasil Output Persamaan Polynomial Berderajat 5

```

masukkan fungsi = x^5-(3.5*x^4)+(2.75*x^3)+(2.125*x^2)-(3.875*x)+1.25
Masukkan X0 : 2.5
Masukkan delta : 0.001

```

i	x0	Δt	Δt.x0	x0+(Δt.x0)	f(x)	f(x0+(Δt.x0))	xi+1	epsilon
1	2.249961	0.001000	0.002500	2.502500	8.750000	8.837486	2.249961	0.111130
2	2.090823	0.001000	0.002250	2.252211	2.576522	2.612950	2.090823	0.076113
3	2.016965	0.001000	0.002091	2.092914	0.643015	0.661218	2.016965	0.036618
4	2.000792	0.001000	0.002017	2.018982	0.099710	0.112145	2.000792	0.008083
5	2.000006	0.001000	0.002001	2.002793	0.004464	0.015824	2.000006	0.000393

```

Akarnya Adalah = 2.00001
fx Trial>>

```

D. Hasil Output Persamaan Polynomial Berderajat 6

```

masukkan fungsi = x^6+(6*x^5)-(15*x^4)+(20*x^3)-(15*x^2)+(6*x)-1
Masukkan X0 : 1.5
Masukkan delta : 0.001

```

i	x0	Δt	Δt.x0	x0+(Δt.x0)	f(x)	f(x0+(Δt.x0))	xi+1	epsilon
1	1.250279	0.001000	0.001500	1.501500	22.765625	22.902371	1.250279	0.199732
2	1.042392	0.001000	0.001250	1.251529	7.639368	7.685313	1.042392	0.199432
3	0.869094	0.001000	0.001042	1.043435	2.565768	2.581201	0.869094	0.199401
4	0.724613	0.001000	0.000869	0.869963	0.861843	0.867028	0.724613	0.199391
5	0.604798	0.001000	0.000725	0.725338	0.289076	0.290825	0.604798	0.198108
6	0.513564	0.001000	0.000605	0.605403	0.094070	0.094693	0.513564	0.177648
7	0.474010	0.001000	0.000514	0.514078	0.023446	0.023751	0.474010	0.083447

```

fx

```

BIOGRAFI

Nama lengkap Rika Yana atau biasa disapa Rika. Lahir di Lapasi-pasi, 23 April 1995 silam. Ia merupakan anak pertama dari lima orang bersaudara. Pendidikan, SDN 1 Latawaro pada pertengahan tahun 2001. Kemudian melanjutkan pendidikannya di



SMPN 2 Ranteangin. Selama tiga tahun menjalani dibangku sekolah menengah pertama, akhirnya pada pertengahan tahun 2010 ia mampu menyelesaikannya dengan nilai yang baik. Ditahun yang sama ia melanjutkan ke sekolah menengah atas SMA Negeri 1 Bua Ponrang yang sekarang berganti nama menjadi SMA Negeri 4 Luwu. Selama tiga tahun ia menuntut ilmu di sana, dan pada pertengahan tahun 2013 telah berhasil menyelesaikan pendidikannya di sekolah

tersebut. Dan sejak September 2013 lalu telah telah tercatat sebagai mahasiswi disalah satu perguruan tinggi di Makassar yaitu Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar tepatnya di Samata-Gowa. Sebagai seseorang yang ingin ingin menjadi ahli Matematika dan calon saintis, tentunya memilih jurusan Matematika di fakultas Sains dan Teknologi. Tujuan utamanya kuliah adalah untuk mendapatkan ilmu dan terlebih lagi agar dapat membahagiakan kedua orang tua, memberikan kebanggaan tersendiri dalam hidupnya.

Pengalaman mengerjakan skripsi ini sangat mengesankan, di dalamnya bercampur baur antara sedih dan bahagia. Semoga proposal ini mampu memberi sumbangsi kepada siapa saja yang memerlukan.